

COM MESURAR EL TREBALL I LA POTÈNCIA EN SISTEMES PREESTABLERTS (O SISTEMES ON HI JUGUEN LES ENERGIES I LA FRICCIÓ):

Treball=  $W = F \times \text{desplaçament}$  i Potència=  $F \times v = F \cdot (dx/dt)$

Tenint en compte la fricció, podem descriure  $E_{\text{total}} = E_c + E_p$ , i

$\Delta E_{\text{total}} = W_{\text{total}} = (E_{cf} + E_{pf}) - (E_{ci} + E_{pi}) - W_{\text{fricció}} = 0$

on  $W_{\text{fricció}}$  és de natura negativa.

Suposant un sistema amb translació(1)+ força “restauradora”(2)+ força esmorteïda o viscosa o de fregament(3)...

(1): llei de Newton:  $m \cdot (d^2x/dt^2)$

(2): “Hooke”:  $F = -k \cdot x$

(3): fricció:  $F = -b \cdot v$

definim la potència dissipada com  $= dE/dt$

i  $F = -b \cdot v = m \cdot (d^2x/dt^2) \rightarrow (dv/dt) = -(b/m) \cdot v \rightarrow$

$(dv/v) = -(b/m) \cdot dt \rightarrow \ln v = -(b/m) \cdot t \rightarrow v = v_0 \cdot e^{-(b/m) \cdot t} \rightarrow$

$(dx/dt) = v_0 \cdot e^{-(b/m) \cdot t} \rightarrow x = \int v_0 \cdot e^{-(b/m) \cdot t} \cdot dt = -v_0 \cdot \left(\frac{b}{m}\right) \cdot e^{-(b/m) \cdot t} + C$

i muntem l’expressió així:

$m \cdot (d^2x/dt^2) - (-k \cdot x) - (-b \cdot v) = 0 = m \cdot (d^2x/dt^2) - (-k \cdot x) - (-b \cdot (dx/dt))$

si multipliquem l’expressió per  $v = (dx/dt)$ :

$m \cdot (dx/dt)(d^2x/dt^2) + k \cdot x(dx/dt) = -b \cdot (dx/dt)(dx/dt)$

on  $W = \int_{x_0}^x F \cdot dx = - \int_{x_0}^x b \cdot v \cdot dx = \int_0^t b \cdot v^2 \cdot dt$

$$dx = v_0 \cdot e^{-\frac{b}{m} \cdot t} \cdot dt$$

$$W = (1/2) \cdot m \cdot v_0^2 \cdot \left( e^{-\left(\frac{b}{m}\right) \cdot t} - 1 \right)$$

A la llarga, quan el temps tendeix a infinit, tota l'energia acaba reduïnt-se a la fricció.