

# CAPÍTOL 8

RESOLUCIÓ  
D'EQUACIONS  
DIFERENCIALS I BREU  
BREU                      RESSENYA  
D'ELECTRICITAT.



De les diverses constants que apareixen a cada secció de la física o de la química, analitzaré la constant de permittivitat (**ctnt de permittivitat**):

$\epsilon_0$  → ctnt de permittivitat en un buit.

Com el seu nom indica. També podeu dir-ho constant dielèctrica.

El buit evita les *impureses o les reaccions secundàries* (com el gas ideal).

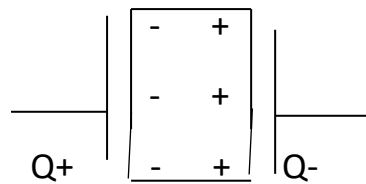
Ctnt dielèctrica:  $k = \epsilon / \epsilon_0$ .

Al elevar  $\epsilon_0$ , baixa l'eficiència o *rendiment* del **dielèctric**.

Parlant ara sobre **condensadors**, si posem al mig un material aïllant (o un dielèctric en general), es mesura com a **capacitat** (característica de cada condensador) depenent del medi ambient que es troba al mig del condensador, que té la forma:

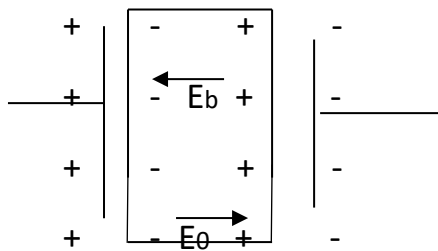
$$C = Q / V$$

sabent que  $k = \epsilon / \epsilon_0$  i  $k = E_0 / E$  i  $E = F/q$  on  $E =$  camp elèctric



$C$  i  $k$  són específiques de cada condensador.

1)  $E = E_0 / k$ , on  $k > 1$



$$\rho = q/V = q/(4/3\pi r^3) \quad \Sigma q = \rho.V = A.d.\rho$$

$E = E_0 - E_b$  on  $E_0$  correspon al condensador i  $E_b$  al dielectric.

2)  $k = V_0/V$ , on  $k > 1$

3)  $k = U_0/U$

4)  $C = C_0.k$

5) el condensador és millorat pel dielèctric, augmentant la capacitat del condensador, ja que requereix més quantitat de càrregues als extrems ("plaques").

Augmenta la capacitat d'enmagatzament de càrrega  $q$ .

L'aïllant o el dielèctric vol augmentar el valor de  $C$ .

si  $k = 1$ , no existeix dielèctric.

si  $k < 1$  dielèctric existeix

si  $k > 1$  dielectric existeix

Passem ara a **les equacions diferencials**:

El sacrifici per suportar la integritat i mantenir-se coherent (tal i com s'explica en certes equacions diferencials) pot ser degut malgrat les dificultats i la impressió instantània de no deixar-vos anar perquè pot prendre moltes coses inesperades a tenir en compte (principi d'equivalència).

**Fórmula de Taylor :**

Suposem que  $y = f(x)$  i  $y = P_n(x)$  i prenen  $x = a$ ; llavors:

$$P_n(a) = f(a), P_n'(a) = f'(a), P_n''(a) = f''(a) \dots P_n^{(n)}(a) = f^{(n)}(a)$$

Ara descompon *el polinomi*  $P_n(x)$  a:

$$P_n(x) = C_0 + C_1(x-a) + C_2(x-a)^2 + C_3(x-a)^3 + \dots + C_n(x-a)^n$$

i:

$$P'(x) = C_1 + 2C_2(x-a) + 3C_3(x-a)^2 + \dots + nC_n(x-a)^{n-1}$$

$$P''(x) = 2C_2 + 3C_3(x-a) + \dots + n(n-1)C_n(x-a)^{n-2} + \dots$$

etc ...

$$P_n(x) = n \cdot (n-1) \dots 2 \cdot 1 C_n.$$

Ara substituïu per  $x = a$ :

$$f(a) = C_0, f'(a) = C_1, f''(a) = 2 \cdot C_2, f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot C_3, \dots,$$

$$f^n(a) = n \cdot (n-1) \dots 2 \cdot C_n.$$

on:

$$C_0 = f(a), C_1 = f'(a), C_2 = (1/2) \cdot f''(a), \dots, C_n = (1 / (1 \cdot 2 \dots n)) f^n(a).$$

$$P_n(x) = f(a) + [(x-a) / 1] \cdot f'(a) + [(x-a)^2 / 1 \cdot 2] \cdot f''(a) + \dots + [(x-a)^n / 1 \cdot 2 \dots n] \cdot f^n(a)$$

Ara desenvolpeu les funcions de la fórmula  $e^x$ ,  $\sin x$  i  $\cos x$  per Taylor: seguint els passos anteriors:

$$\sin x = x - (x^3/3!) + (x^5/5!) + \dots + (-1)^{n-1} [(x^{2n-1} / (2n-1)!)] + R_{2n}(x).$$

$$\text{on: } \lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$$

I quan  $a = 0$  obtenim **Fórmula d'Euler** (en termes complexos):

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y).$$

$$e^x = 1 + (x / 1) + (x^2/2!) + (x^3/3!) + \dots + (x^n/n!) + \dots$$

$$\text{per } x = 0 \text{ obtenim } e^{iy} = \cos y + i \sin y$$

$$e^{iy} = 1 + (i \cdot y / 1!) + [(i \cdot y)^2/2!] + [(i \cdot y)^3/3!] + \dots + [(i \cdot y)^n/n!] + \dots$$

*equació homogènia:*

$$a_n(x) \cdot \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \cdot \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) \cdot y = 0$$

mentre que l' *equació no homogènia:*

$$a_n(x) \cdot \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \cdot \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) \cdot y = g(x)$$

·  
i per solucionar-ho utilitzem dos passos:

1 <sup>er</sup> pas: resoldre l'equació homogènia inserida (o sigui  $g(x) = 0$ ):

Per exemple:  $m \cdot \frac{dv}{dt} + kv = mg \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g \Rightarrow$

I ens trobem amb una eq. dif. de 1<sup>er</sup> ordre:  $v(t) = c_1 \cdot e^{-\frac{k}{m}t}$ .

2 <sup>en</sup> pas: utilitzar l'operador de cancel·lació. Per tant, representa això:

$$D^n y = \frac{dy^n}{dx^n} \quad \text{o} \quad D^n v = \frac{dv^n}{dt^n}$$

I ens permet arribar a eq. dif. Puc trobar les "incògnites".

*Per exemple (1)*, l'equació  $1-5x^2+8x^3$  pot ser presentada per a l'operador i obtenir així:

$$D^4(1-5x^2+8x^3) = 0 \text{ perquè } D^4(Ax^3) = 0$$

o *exemple (2)*:  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$

Aquest operador em porta a la "equació auxiliar",

$$: D^3(AD^2 + BD + C)y = D^3(Ex^2) = 0$$

O *per exemple (3)*:  $(D-3)(D^2+1)(D^2-3D)y = 0$

I tractant de resoldre (2):  $m^3 \cdot (m^2 + 3m + 2) = 0$  o  $m^3 \cdot (m+1) \cdot (m+2) = 0$   
sabent que  $D^n y \equiv m^n$ .

i passem a una equació de segon grau, de manera que podem calcular x:

$$A + Bx + Cx^2 = 0.$$

A continuació, agruparem solucions per a cada pas ( 1<sup>er</sup> i 2<sup>on</sup> ):  
utilitzant com a exemple: (2) .

$$y = \underbrace{(c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x})}_{y_c} + \underbrace{A + Bx + Cx^2}_{y_p}$$

Més tard, i recuperant una de les solucions i recuperant una de les equacions diferencials no homogènies anteriors  $y_p$  podem aïllar els valors A, B, C ...:

Exemple: (2)

$y_p'' + 3y_p' + 2y_p = (A + Bx + Cx^2)'' + 3(A + Bx + Cx^2)' + 2(A + Bx + Cx^2) = 4x^2$
--

Membres equivalents:  $2A + 3B + 2C = 0$

$2B + 6C = 0$

$2C = 4$

I la solució de y ha de ser completa.

*Operador de cancel·lador* (o  $P_1(D)$ ) cada terme de g(x) que ho diu perquè el raonament diu que l'operador del producte proporciona la suma de puntuacions o valors; exemple:

$g(x) = f(x) + h(x)$

$P_2(D)[f(x)] = 0$

$P_3(D)[h(x)] = 0$

A continuació:  $P_2(D) \cdot P_3(D) \cdot g(x) = P_3(D) \cdot P_2(D) \cdot g(x)$ .

Sabem que el terme g(x) pot ser suma de termes independents

com ara  $g(x) = 8e^{3x} + 4\sin x$ , i específicament : (i) cntt.,

(ii) polinomi en x, (iii) funcions exponencials, (iv)  $\sin \beta x$  o  $\cos \beta x$ ...

Com que  $\sin x$  i  $\cos x$  compleixen:  $y'' = -y$  o  $(D^2 + 1)y = 0$  i  $(D^2 + \beta^2)$  per  $\cos \beta x$  i  $\sin \beta x$ , llavors:

I com axioma, diem que en el cas de  $g(x)$  amb diversos termes:  $(7-x + 6\sin 3x, 8e^{3x} + 4\sin x, 5x + 2e^{-x}, \dots)$  el  $P_1(D)$  és el producte del "semi-operador" que cancel·la cadascun dels termes. També podem expressar  $P_1(D)$  factoritzant-lo així:

$$D^2 + 5D + 6 \Rightarrow$$

$$(D + 2) \cdot (D + 3) \Rightarrow (D + 3) \cdot (D + 2) \text{ o } (D^2 + 4D + 4) \Rightarrow (D + 2)(D + 2)$$

Més a prop dels instal·ladors de l'operador, ho veiem si

$$f(x) = y(x) = v(t) = e^{\alpha x} \text{ or } x \cdot e^{\alpha x} \text{ or } x^{n-1} e^{\alpha x}$$

la resolució de l'equació homogènia. serà:  $(D - \alpha)^n y = 0$

Així serà l'operador de cancel·lació

Tenim altres formats d'equacions com:

$$dy/dx = g(x)/h(y)$$

$$h(y) \cdot dy/dx = g(x)$$

si  $y = f(x)$ , llavors  $h(f(x)) \cdot f'(x) = g(x)$

$$\int h(y)dy + C_1 = \int g(x)dx + C_2$$

També podem trobar-nos amb què hem de resoldre la següent equació lineal:

$$dx/dt = k \cdot x$$



## Energia potencial :

No estic ubicat al lloc i crec que "rasco" massa estrictament el meu cor i el meu interior.

Tinc més confiança en la ment i l'impacte inicial (si existeix) que no pas seguir imprimint de manera contínua (com pot provocar una pel·lícula de suspens o de por).

Potencial que descriu la interacció entre un ió i una molècula neutra no polar. (Fig.42).

$$V_{\text{eff}}(r) = U(r) + f(r) + g(r)$$

Depenent de la forma del gràfic, sabrem quins són els  $g(r)$  i  $f(r)$ .

Com més profunds analitzem, més precisió podem deduir  $U(r)$ .

Per augmentar la "precisió" veiem que  $V_{\text{eff}}(r)$  van ser afegits paràmetres o termes:

$$(I): V(r) = Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2 / r$$

$$(II): V(r) = Z_1 \cdot e \cdot \mu_2 \cdot \cos\alpha / r^2$$

(Fig.43)

$$(III): U(r) = - \int_r^\infty F \cdot dr$$

$$V(r) \propto f(r^{-4})$$

$$(IV): V(r, \alpha) \propto f(r^{-6})$$

termes com  $f(r^{-8})$  o  $f(r^{-10})$  són possibles si tenim en compte les *interaccions dipolo-dipol, quadrupolar-quadrupolar ...*

Fig. 42:

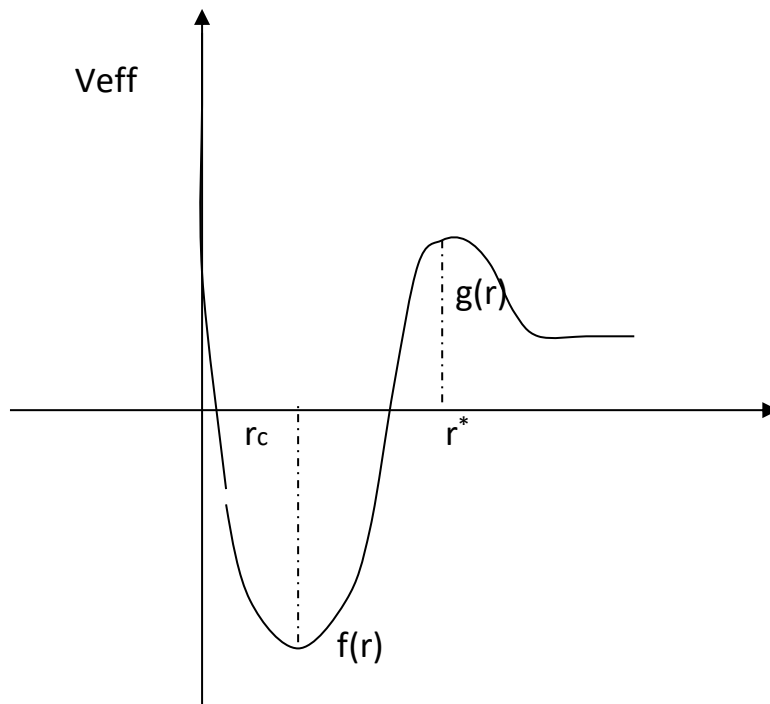
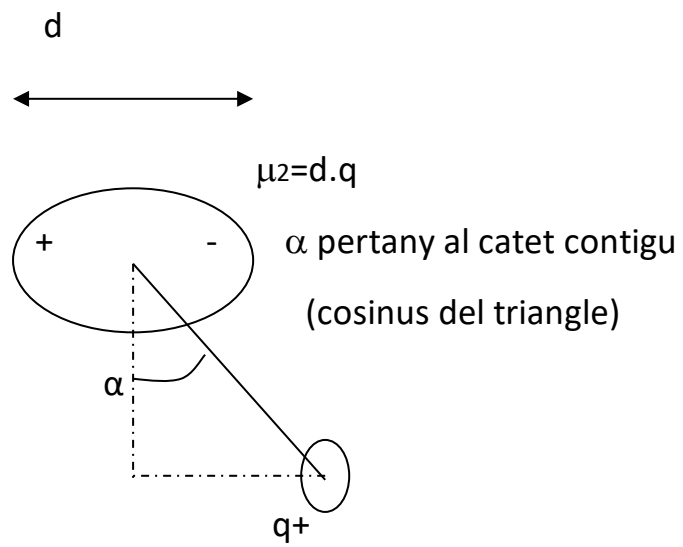
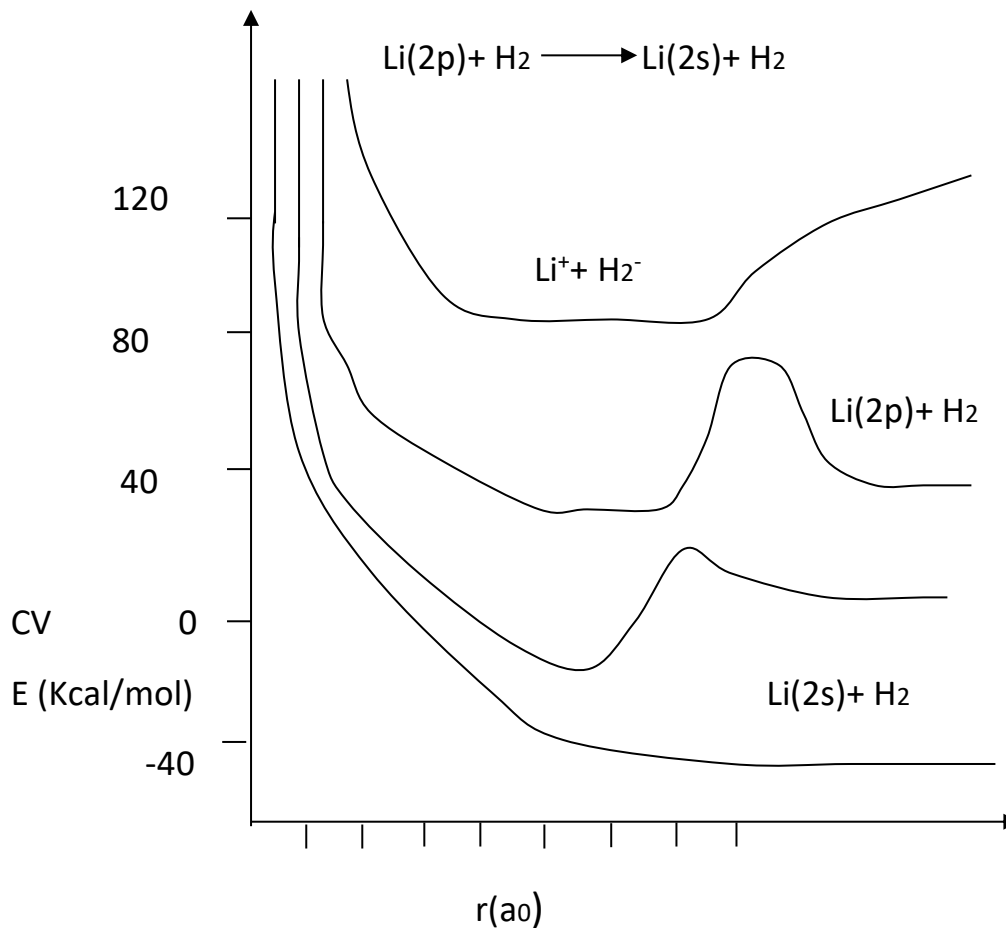


Fig.43:



Ara, a un altre full, analitzeu un altre aspecte de les funcions *potencial* o *energia interna* (fig. 44).

Fig. 44:



Si trobem un Li excitat (2p) és probable que emeti electronegativitat de la  $\text{H}_2$  oxidant, electró de valència de Li passarà de 2p a 2s i l'hidrogen farà la seva funció com a suport.

Si hi ha innovació el que es repeteix pot resultar pesat; l'última rebel·lió contra el sistema està en el seu lloc: l'home ha de ser torturat per la dona fins que aprengui a viure amb ells (comunament es diu que són dones dones porten pantalons) ... l'energia femenina és potencialment més valenta

Sabent que amb una dosi simple i petita d'energia podem passar d'un model a un altre.

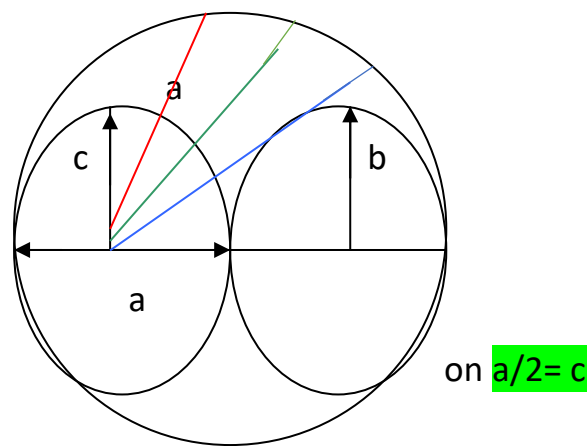
31/12/05.

Sabem que el planeta que gira sobre una **òrbita el·líptica** té a veure amb la posició de cada punt o **node** per desxifrar l' *equador*.

Per inferir l'equador d'un planeta que descriu una òrbita el·líptica, cal conèixer la posició de cada punt de la seva *carrera* (*trajectòria*).

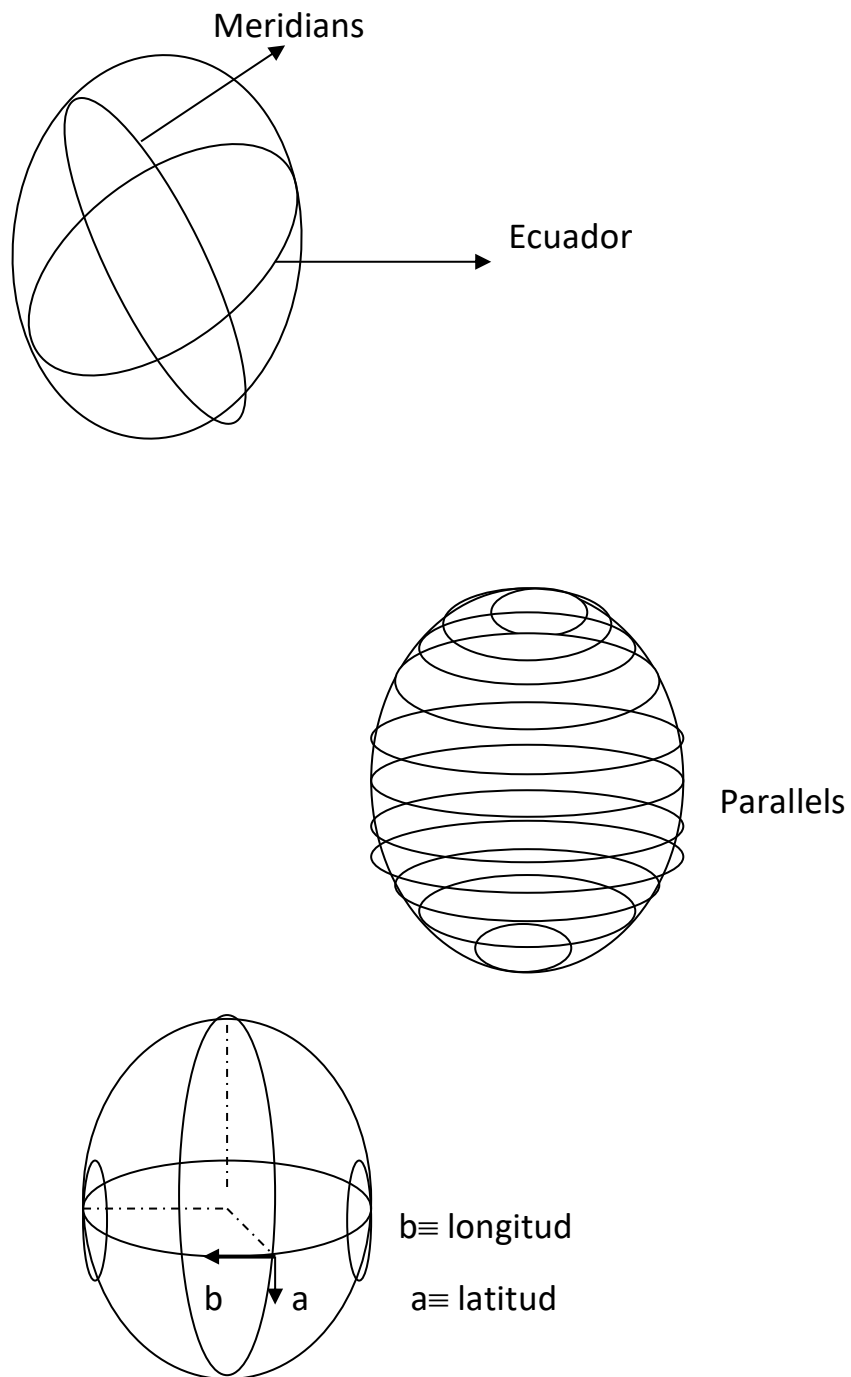
El node és com una partició quàntica.

Fig. 45:



*Meridià, equador, paral·lels, latitud i longitud (Fig.46).*

Fig. 46:



Tres lleis de l'òptica geomètrica:

1) *propagació rectilínia*. En un mitjà homogeni, els raigs de llum es propaguen en línia recta.

2) *Llei de reflexió*.  $\theta_i = \theta_r$  o angle de incidència = angle de reflexió. (Fig.47).

3) *Llei de Snell*: l'ona que es propaga des de C i A arribarà a la frontera en el temps  $t_0 = AO / v_1$ , on  $v_1$  és la velocitat de la llum en el medi 1. L'ona que es propaga des de A en el segon medi viatja a la velocitat de la llum  $v_2$  i avança una distància  $BO = v_2 \cdot t_0$  durant el temps  $t_0$ .

L'índex de refracció "n" per a una substància determinada és:  $n = c / v$

La llei de Snell indica:  $n_1 / n_2 = v_2 / v_1$ . La llum viatja més lentament en suports o medis de major índex de refracció.

Per establir aquesta llei cal tenir en compte la següent relació trigonomètrica:  
 $\sin \theta_1 = BC / BA$  i  $\sin \theta_2 = AN / BA$

**I agrupació:**

$$\sin \theta_1 / \sin \theta_2 = (v_1 \cdot t_0) / (v_2 \cdot t_0).$$

$$\sin \theta_1 / v_1 = \sin \theta_2 / v_2$$

Fig.49:

Fig. 47 i 48:

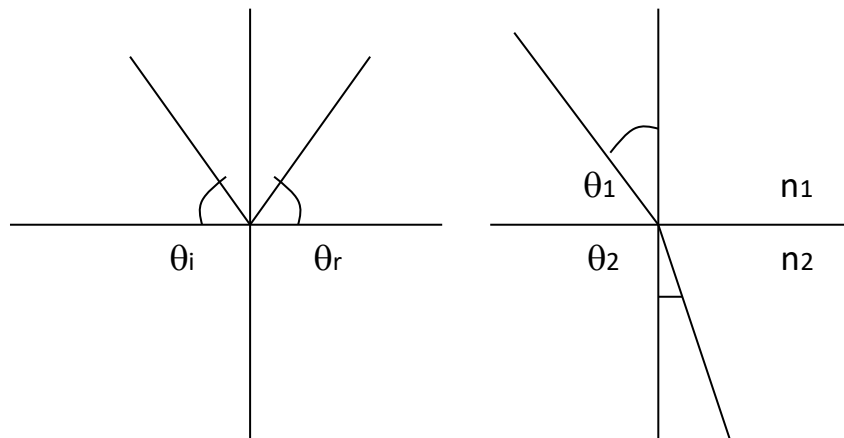


Fig. 49:

