

## Respecte al caos:

En la consecució d'aquest treball haig de reconèixer que un any sabàtic atropella una mica, encara que mai es deixa d'aprendre algo que llavors et pot servir en un futur; per exemple: si miro la part negativa de la disciplina química (deixalles industrials, tant de plàstica com centrals nuclears, o detergents...) mai em posaria mans a l'obra ni mai faria res (em refereixo a que ningú està mai lliure de culpa i tothom ha fet, en algun moment de la seva vida, alguna malifeta o coses discutibles).

El tractament que farem en aquest capítol versa sobre la representació i expressió que farem del caos.

En aquest contexte, l'estadística pot entendre's com a espai ple o espai buit, o, com deia un filòsof, tot està inmers dins de "l'éter" i aquest concepte té com a inici la següent equació:

$$P_{n+1}(x) = U \cdot P_n(x)$$
 on U és l'operador de **Perron- Frobenius**.

I, encara que sembli que m'hagi pres una droga al·lucinògena, ho veig ben clar.

La **Física clàssica** és determinista i reversible, mentre que la **quàntica** es basa en probabilitat irreversible i successos. Al créixer els successos, el caos genera la equació anterior.

Igual que en el cas de l'equació d'Schrödinger, la probabilitat en l'espai de trobar o desxifrar x augmenta al augmentar n, i varia entre 0 i 1 (això ens porta a treballar amb la següent fórmula estadística:  $P^2(x) = P^*(x) \cdot P(x)$

La resolució que usem ara és la **estadística**, és a dir la d'un conjunt de trajectòries que acaben en una descripció probabilística o, dit d'una altra manera, ubicar la **teoria del caos** en termes estadístics, és a dir probabilitat de realitzar un valor  $x$  en un temps  $t$ .

Pot comprendre's que  $P_{n+1}(x) \approx P_n(x)$  quan  $n \rightarrow \infty$ .

La resolució que fem servir ara és l'**estadística**, és a dir, un conjunt de trajectòries que acaben en una descripció probabilística o dit d'una altra manera, situant la **teoria del caos** en termes estadístics que és probable que faci un valor "x" en el temps "t".

Ara compararem la integral  $\int \psi \cdot \psi^* \cdot dx = 1$  de la mecànica quàntica amb

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_n(x) \cdot P_n(y) \cdot dx$$

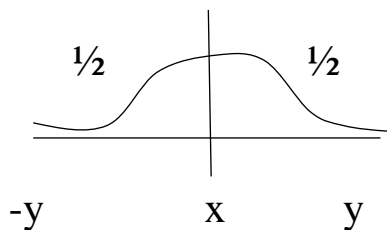
que és una expressió "moderna"

equiparable a  $\psi = N \cdot \phi_A + N \cdot \phi_B = P_n(x)$

i  $\psi^* = N^* \cdot \phi_A - N^* \cdot \phi_B = P_n(y) = P_n^*(x)$

On  $P_n(x) \equiv \delta(x - f(x_0))$

Veure acabar completament una cosa és impossible, aleshores tractaré una faceta de la Química- Física que és recent, amb la intenció d'ampliar més les mires d'aquesta disciplina dient que també substituïm  $\delta(y - x_0)$  per  $P_n(y)$ .



$$\int_{-\infty}^{\infty} P_n(x) \cdot P_n(y) \cdot dx = N_A^* N_A + N_B^* N_B = 1$$

Depenent del SISTEMA en què estem ( em refereixo a la funció que el descriu) tindrem un resultat o un altre; per exemple **(1)**:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 2x_n && \text{quan } 0 < x < 1/2 \\ x_{n+1} &= 2x_n + 1 && \text{quan } 1/2 \leq x < 1 \end{aligned}$$

$f(x_0) = 2x$  i  $y = 2x + 1$  on tot plegat són les condicions inicials.

Veient que tenim 2 incògnites “x” i “y”, assimilables a  $x_n$  i  $x_{n+1}$

llavors:  $P_{n+1}(x) = 1/2 [ P_n(x/2) \cdot P_n(y) + P_n((x+1)/2) \cdot P_n(y) ]$ ,  
Aquesta equació prové d'integrar cada un dels dos termes de la següent manera:

$\delta(x - f(x_0)) \equiv x - 2x$ , aleshores:

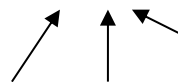
$$\int_0^{0,5} (x - 2x) \cdot P_n(y) \cdot dy = -x/2$$

mentre que el segon terme:

$\delta(x - f(x_0)) \equiv x - (2x - 1)$ , aleshores:

$$\begin{aligned} \int_{0,5}^1 [x - (2x + 1)] dy &= (-x - 1) \cdot y \Big|_{0,5}^1 = (-x - 1) - (-x - 1)/2 = \\ &= (-x - 1) \cdot 1/2. \end{aligned}$$

i el 1/2 de cada variable de  $P_n$ , ( **$P_n(x)$** )



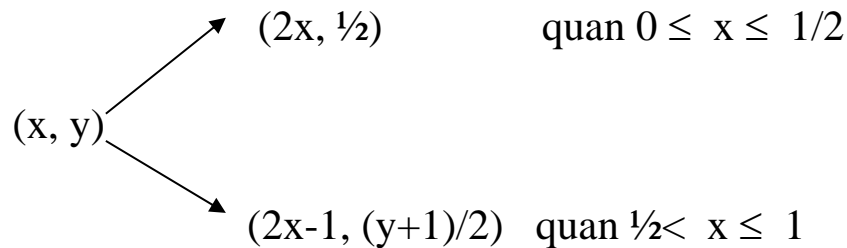
se divideix per 2 ja que representa el factor de normalització.

$$P_{n+1}(x) = \frac{1}{2} [P_n(x/2) + P_n((x+1)/2)]$$

Quan igualem a 0 el producte  $[(-x/2)].[-(x+1)/2]$ ,  
 ens dóna  $x=0$  i  $x=1$

**Aquest valor seria  
 equiparable al de la  
 probabilitat;**

Mentre que en un altre cas disposem d'una equació de moviment  
 amb més d'una variable ( $x$  i  $y$ ) (2):



llavors la equació del caos és:

$$U. P(x, y) = [P(x/2, 2y) \Theta(1/2 - y)] + [P((x+1)/2, 2y+1) \Theta(y - 1/2)].$$

El fet d'aïllar  $P(x, y)$  de  $\Theta(y)$  té a veure amb les coordenades que  
 usem; l'operador Hamiltonià  
 pot representar-se en coordenades cartesianes o polars, i també té  
 una expressió "on se separen els termes  $\Phi$  i  $\Theta$ ".

La vida m'ha transformat en un home de 35 anys amb el passat  
 trencat i conscient que no faig res de pensar-hi. L'esforç de pensar  
 creativament se'm potencia, encara que els moments de lucidesa  
 s'esdevenen cada cop més aïllats entre sí; recordem Eckhart Tolle  
 i el seu "Poder del ahora".

Les expressions  $2y$  i  $2y-1$  provinents del 1<sup>er</sup> terme  $P_n(x, y)$ :

i) en  $(x, y')$  coneguent que  $y'=1/2$ ,  $x_{n+1}=y'$   $2x_n \rightarrow y'=2y$

ii) que explica  $2y-1$ , que pertany a

$P(x, y)$

$$y' = (y+1)/2$$

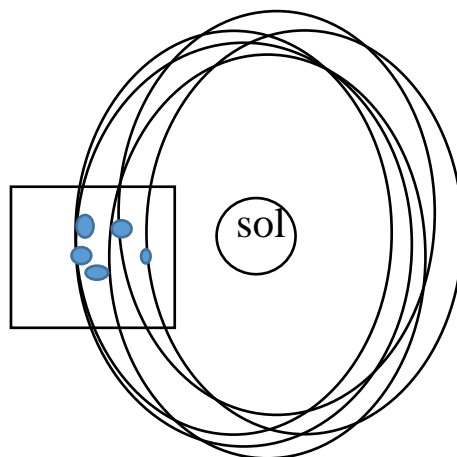
$$x_{n+1} = 2x_n + 1$$

$$x_n = (x_{n+1} - 1)/2$$

on  $\Theta(y)$  té la mateixa funció que  $P_n(y)$  en exemple **(1)**

a més, com que  $P_n(x, y)$  es considera bidependent, no sigui igual a zero (per comprovar que la probabilitat és 1), per tant si ho voleu, necessiteu valors definits prèviament de “y” que anunciïn que tots els casos tenen determinades condicions (és a dir, cada problema usa unes premisses).

Per exemple, a diferència del que postulà Newton, en un sistema sol-terra, aquesta sempre ha mai passa pel mateix camí (és el caos: el n<sup>o</sup> d'òrbites que passen per l'espai); el que fem és aproximar-nos al resultat més proper al verdader...



Zones on es registra la placa. Les òrbites en anys successius (també en 3-D!!)

Un altre sistema pot ser la reacció  $A \rightarrow B$ ; quan s'arriba a l'equilibri  $A \leftrightarrow B$  sempre hi ha alguna fluctuació que “disloca” la massa d'A a B i varia lleugerament.

Fins i tot descriu un altre cas: de la mateixa forma en què les línies espectrals es divideixen, també ho fa la població de conills i els seus depredadors en el que s'anomena una variant de l'equació logística (Lotka- Volterra).

Mentre que, analitzant els termes en vermell (assenyalada amb fletxes):

$$U. P_n(x, y) = [P(x/2, 2y) \Theta(1/2 - y)] + [P((x+1)/2, 2y+1) \Theta(y - 1/2)]$$

$$\text{on } y' \equiv x_{n+1} \quad i \quad x_{n+1} \equiv 2x_n$$

$$y' \equiv x_{n+1} \quad i \quad x_{n+1} \equiv 2x_n + 1$$

$(1/2 - y) \cdot (y - 1/2) \rightarrow y/2 - 1/4 - y^2 + 1/2 = -y^2 + y - 1/4 = 0$   
i usant la resolució de les equacions de segon grau:

$$y = [-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}] / 2a \quad \text{éssent } ay^2 + by + c = 0$$

obtenim  $y = 1/2 + 1/\sqrt{2}$  i  $y = 1/2 - 1/\sqrt{2}$  que sumen 1 (♣)  
↓  
(probabilitat total)

I ara ens posarem a deduir com trobar les variables de dins de cada  $\Theta$ :

1. si suposem que “ $\delta(f(y)- y)$ ” és el terme que donarà l’expressió que ha d’anar a dins de  $\Theta$  veurem que obligatòriament  $f(y)= 1/2$  per a obtenir  $1/2- y$ .
2. Mentre que  $y-1/2$  prové de  $(2y- 1)/2 \rightarrow y-f(y)$ .

Tan  $\delta(f(y)- y)$  com  $\delta(y- f(y))$  tenen la particularitat que la multiplicació dels dos dóna 1. El que s’assembla més a la variable de dins  $\Theta$  és  $[y-((y+1)/2)]$ , i dóna  $(y-1)/2$ .

Tal resolució ve a cuento de que aquesta tesi de la probabilitat 1 no és del tot exacte però s’hi aproxima i fins aquí he arribat, almenys de moment.

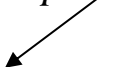
Com hem vist he ideat que la suma de les 2 solucions provinents de la equació de 2<sup>on</sup> grau ha de ser 1.

Llavors si calculem la probabilitat de la situació següent (resultat de treballar amb la segona equació de moviment, la que fa referència a (x, y)):

$$(y- f(y)) \rightarrow y- [(y+ 1)/2] \rightarrow (1- y)/2$$

$$(f(y)- y) \rightarrow [(y+ 1)/2]- y \rightarrow (y- 1)/2$$

$$(1- y) \cdot (y- 1) = 0 \quad \text{la seva resolució dóna } y= 1. \quad (\spadesuit)$$

*probabilitat total*  


La suma de les 2 expressions tretes de  $\delta(f(y)- y)$  i  $\delta(y- f(y))$ , ( $\clubsuit$ ) i ( $\spadesuit$ ), pot explicar la estadística o probabilitat global.

Tinc la mateixa sensació que, quan estudiava i acabava de fer un exàmen, un cop fora reflexionava sobre com havia respost les preguntes i el que hi havia posat i deixat de posar; ara també em passa amb la consecució d'aquest llibre.

Per a entendre més bé aquests càlculs mirarem altres equacions o funcions de sistemes que no siguin fraccionades **(3)**:

$P_n(x) = x^2 - x + 1/6$  si les entenem com a  $(f(x) - x)$  podem deduir que  $f(x) = x^2 + 1/6$ .

Aleshores:  $x^2 - x + 1/6 = 0$  i el seu resultat dóna:

$$\begin{array}{l} (1 + \sqrt{1/3})/2 \\ (1 - \sqrt{1/3})/2 \end{array} \rightarrow \text{la suma de les quals dóna 1.}$$

**(4)** Un altre cas és el que diu que  $P_n(x) = x$

$$\text{i } P_{n+1}(x) = \delta(x - f(x_0)) = 1/4 + (x/2)$$

sabent que  $P_n(x) = x$  i a la vegada  $P_n(x) = \delta(x - f(x_0))$  deduïm que  $1/4 + x/2 = x$ , o  $1/4 + x/2 - x = 0$ ; la  $x_1 = 1/2$ .

Per fer complir la norma que diem sobre les  $\Psi$  de més avall [on  $(\Psi, \Psi^*)$  equival a la probabilitat], el revés també existeix:

$x - (1/4 + x/2)$ . La seva resolució al igualar a 0 és  $x_2 = 1/2$ . I al sumar els 2 resultats ( $x_1$  i  $x_2$ )  $\rightarrow 1$  : Probabilitat global.

Les funcions pròpies de la mecànica quàntica d'Schrödinger

són  $\Psi = N \cdot (\varphi_A + \lambda \varphi_B)$

$\Psi^* = N^* \cdot (\varphi_A - \lambda \varphi_B)$

on  $\lambda$  és el coefficient de mescla.

És aplicable a operadors!!



El Hamiltonià és tan clàssic com l'amor avi-nét, i em fa recordar la meva àvia, que morí quan jo cursava 1<sup>er</sup> de carrera; en part li vaig dedicar el triomf a ella perquè, durant les nits d'estudiant quan encara no estava emplaçat a Girona, a casa sempre em recordava quan jo mirava la televisió amb la pregunta: “no has pas d'estudiar res per demà?” (lo bo era que jo li feia bastant de cas).

**Principi d'AUFBAU:**

$\Psi = a. \psi_1 + b. \psi_2 + c. \psi_3 + d. \psi_4 + \dots$  que significa que qualsevol funció complexa pot escriure's a partir de funcions simples.

En l'anàlisi d'U veiem que un operador referent a la probabilitat i que actua sobre  $P_n(x)$  i  $P_{n+1}(x)$  s'acaba confonent al cap d' $n \rightarrow \infty$  esdeveniments.

**Polinomis de Bernouilli:**

Si repetim el procés de mesura n vegades sobre els *polinomis de Bernouilli* [  $B_n(x)$  ], obtenim:

$$UB_n(x) = (1/2)^n B_n(x)$$

Sabem que l'operador U s'anomena “operador de Perron-Frobenius” o “operador d'evolució”; la seva analogia amb l'operador Hamiltonià és la següent:

$$-i. H. (t - t_0) \\ \psi(t) = e \quad . \psi(t_0) = U(t - t_0) . \psi(t_0)$$

on H és el valor propi i U l'operador.

És més, aquesta equació relaciona els termes estadístics de Perron- Frobenius amb la mecànica quàntica d'Schrödinger.

Existeix l'aspecte següent:

$$U \cdot P_n(x) = P_{n+1}(x) \text{ si } n \rightarrow \infty \text{ aleshores } Ua = a$$