

Binomis amb exponent fraccionari. (Binomi de Newton).

nº de coeficients ($\sum coef.$)			Exponent
1	1 terme: 1	$(a+b)^0$	$\leftarrow 0$
(1'5)			0'5
1+1= 2	2 termes: 1a+1b	$(a+b)^1$	$\leftarrow 1$
(3)			1'5
1+2+1=4	3 termes: $a^2+2ab+b^2$	$(a+b)^2$	$\leftarrow 2$
(6)			2'5
1+3+3+1=8	4 termes: $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	$(a+b)^3$	$\leftarrow 3$
(12)			3'5
1+4+6+4+1=16	5 termes: $a^4+4a^3b+ 6a^2b^2+$ $+4ab^3+b^4$	$(a+b)^4$	$\leftarrow 4$
	...		

nº de coeficients ($\sum coef.$)	$\sum exp.$		Exponent
1	1	$(a+b)^0$	$\leftarrow 0$
(1'5)	1'5		0'5
1+1= 2	2	$(a+b)^1$	$\leftarrow 1$
(3)	4		1'5
1+2+1=4	6	$(a+b)^2$	$\leftarrow 2$
(6)	9		2'5
1+3+3+1=8	12	$(a+b)^3$	$\leftarrow 3$
(12)	16		3'5
1+4+6+4+1=16	20	$(a+b)^4$	$\leftarrow 4$
	...		

$$(a+b)^0 (a+b)^{1/2} (a+b)^1 (a+b)^{3/2} (a+b)^2 (a+b)^{5/2} (a+b)^3 \dots$$

Quan l'exponent és zero ($n=0$), el \sum *exponents* de cada terme del desenvolupament del binomi és =0: $1^0 = 1$

En canvi quan $n=0'5$, el \sum *exponents* = 1'5:

$$1 \text{ i } (3/4)a^{3/4} + (3/4)b^{3/4} \text{ o sigui}$$

$3/4+3/4=1'5$ pel \sum *exponents* i també pel \sum *coef*.

$$\frac{(a+b)^0 + (a+b)^1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$$

Quan $n=1'5$ el \sum *exponents* = 4: \sum *coef* = 4

$$(3/2)a^2 + (3/2)b^2 \text{ i } (3/4)a^1 + (3/2)a^1b^1 + (3/4)b^1$$

$$\text{o sigui } 3/2+3/2=4 = 3/4+3/2+3/4$$

i si sumem les dues expressions i les dividim per 2 obtindrem l'expressió de $(a+b)^{1'5}$

Quan $n=2'5$ el \sum *exponents* = 9 i \sum *coef* = 6

$$(7/4)a^3 + (5/2)a^{3/2}b^{3/2} + (7/4)b^3$$

$$\text{o sigui } 3+3/2+3/2+3=9$$

$$(1/2)a^{9/4} + (5/2)a^{5/4}b^1 + (5/2)a^1b^{5/4} + (1/2)b^{9/4}$$

$$\text{o sigui } 9/4+5/4+1+1+5/4+9/4=9$$

Quan $n=3^5$ el $\sum exponents = 16$ i $\sum coef = 12$

$$(5/2)a^4 + (7/2)a^{5/2}b^{3/2} + (7/2)a^{3/2}b^{5/2} + (5/2)b^4$$

$$(7/4)a^{16/5} + (5/2)a^{7/5}b^{9/5} + (7/2)a^{8/5}b^{8/5} + (5/2)a^{9/5}b^{7/5} + (7/4)b^{16/5}$$

Que si també les sumem i dividim per 2 obtindrem $(a+b)^{3^5}$

Atenció: unes normes per al correcte desenvolupament dels binomis:

- 1- Mai $n >$ que cap dels exponents
- 2- Els termes centrals de cada representació polinòmica contenen els coeficients més elevats (entenent per a coeficients els números que van al davant de cada terme; per exemple, quan $n=1^5$, serien els $3/2$ i $3/2$ del binomi i $3/4$, $3/2$ i $3/4$ del binomi.
- 3- En el terme més petit del mig, mai s'hi posarà cap zero, ni a "a" ni a "b".
- 4- Cada exponent de cada terme "a.b" de cada binomi haurà de sumar el mateix, és a dir que si tenim 4 termes, dividirem $\sum exponents$ per 4 i el resultat serà el vàlid; també és bo de veure que si tenim un nº de termes imparell al terme del mig, tan "a" com "b" tindran el mateix exponent. En canvi, depenent de l'ordre en què estan els termes, hi haurà "inversió" d'exponents.

I també una curiositat:

En “clau de” *funcions d’ona* veiem les funcions que s’han d’usar o combinar per a obtenir el desenvolupament dels binomis $(a + b)^{1/2}$, $(a + b)^{3/2}$, $(a + b)^{5/2}$, $(a + b)^{7/2}$...

$$\frac{N_1\varphi_1+N_2\varphi_2}{N_1+N_2} = \psi_{1,5} \quad \text{coeficient}$$

$$\frac{N_2\varphi_2+N_3\varphi_3}{N_2+N_3} = \psi_3$$

$$\frac{N_3\varphi_3+N_4\varphi_4}{N_3+N_4} = \psi_6$$

$$\frac{N_4\varphi_4+N_5\varphi_5}{N_4+N_5} = \psi_{12}$$

...

o si de cas, agafant el polinomi de Taylor on $P(x) = (1+x)^{1/2}$

$$i \ P_n(x) = P(a) + \frac{(x-a)}{1!} P'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} P''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} P'''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} P^n(a)$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$$

$$(a+b)^{1/2} = (3/4)a^{3/4} + (3/4)b^{3/4}$$

$$(a+b)^{1/2} = \frac{a^{1/2}b^0}{0!} + \binom{1}{2} \frac{a^{\frac{1}{2}-1}b^1}{1!} + \binom{1}{2} \left(\frac{-1}{2}\right) \frac{a^{\frac{1}{2}-2}b^2}{2!} + \binom{1}{2} \left(\frac{-1}{2}\right) \left(\frac{-3}{2}\right) \left(\frac{a^{\frac{3}{2}-1}b^3}{3!}\right) + \dots \quad (?)$$