EQUACIÓ LOGÍSTICA:

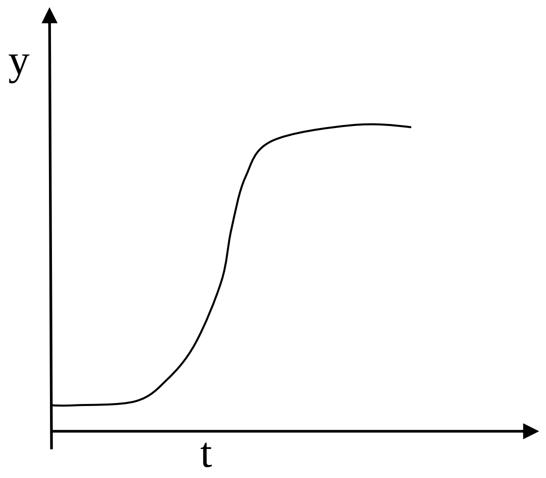


figura 1.

Funció que apareix en moltes corves de creixement.
Tan a l'inici (quan comença de zero) com al final (quan els recursos s'esgoten) la gràfica s'estabilitza.

Aplicable al desenvolupament embrionari (òvuls que començen a dividir-se de forma exponencial fins al tamany que l'úter pot soportar).

Es troben
2 tipus de funció: en creixement exponencial: $\frac{dP(t)}{dt} = r.P(t)$ i creixement lineal: $\frac{dA(t)}{dt} = k.A_0$+C
On la derivada

Començem a partir del creixement lineal: dz(t)/dt=+az(t)+b → $(a).\frac{dz(t)}{az(t)+b} = (a)dt$ → ln(az(t)+b)= a.t → $e^{a.t}$ =(az(t)+b)
→ $e^{a.t}$ = a(z(t))+b → z(t)= $\frac{b+e^{at}}{a}$
Arràn de z'(t)=0 i z''(t)=0 sabrem els màxims, mínims i punt d'inflexió.
si suposem que z= 1/y → d(1/y)/dt= -a.(1/y)+b → dy/dt= a.y-b.y^2

que és la funció logística per excel·lència: $\frac{dP}{dt} = r.P(1-P)$.
Si agrupem les dues: a(t)= quantitat d'aliment per persona=

$= \frac{A(t)}{P(t)} = \frac{A_0(1+k.t)}{P_0 re^{rt}}$

OBTENCIÓ DE L'EQUACIÓ LOGÍSTICA PER EXCEL·LÈNCIA:

dp(t)/dt= - r.p(t) de decreixement exponencial mentre que dp(t)/dt= +r.p(t) correspòn al creixement exponencial.

La iteració de l'equació logística és: $y_{n+1}= k.y_n(1-y_n)$.

Per arribar de y'= k.y.(1-y) a la funció que correspòn a la FIGURA 1…

Tenim [dy/y.(1-y)] =k.dt que resoldrem usant substitució:

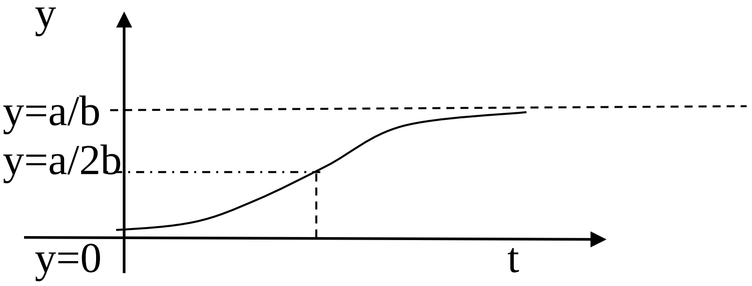


figura 2.

y= 0, a/b : mínim i màxim
y= a/2b : punt d'inflexió

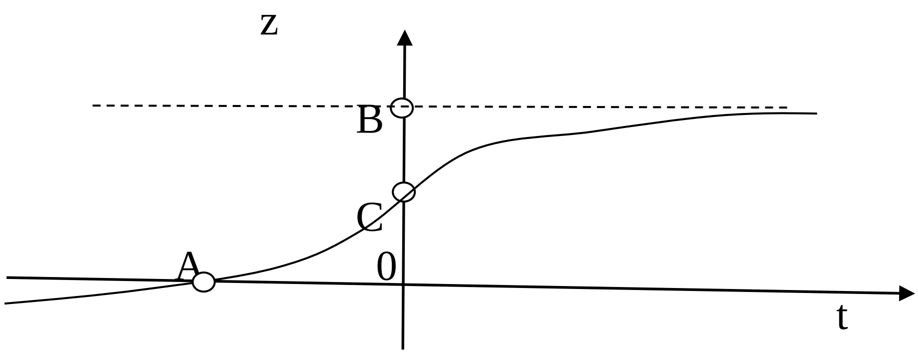
També és digne de menció l'error present quan l'error relatiu ~ error absolut; suposem que la precissió de la gràfica en certs punts (inici i final) és 0'123467891 i l'error real se quantifica en 0'1
234567890 (en 10^{-10}!) llavors és poc significatiu.

El cas d'un brot de grip en una aula també se representa per l'equació logística stàndard; igual que després de la tempesta ve la calma, quan l'epidèmia s'escampa, creix fort el nº de propagament, que un cop aglutinats (i tots els membres del grup han contret la malaltia) la velocitat d'expansió torna a perdre pendent!.

Partint del creixement lineal: $\frac{dz(t)}{dt}$= -a.z(t)+b → $\frac{dz(t)}{-\mathrm{a.z(t)+b}}$ = dt →

→ $\int \frac{(-a).dz}{(-a.z+b)}$ = $\int(-a).\,dt$ → Ln(-a.z+b)= -a.t →

$e^{-a.t} = -a.\,z + b$ → z= $\frac{e^{-a.t}-b}{-a}$



quan z= 0 , $e^{-a.t} - b = 0$ → Ln(b)= -a.t → t= -$\frac{Ln(b)}{a}$ ≡ A

quan t→ ∞ , z= $\frac{e^{-a.\infty}-b}{-a}$ → z= $\frac{0-b}{-a}$ = b/a ≡ B

quan t= 0 , z= $\frac{e^{-a.0}-b}{-a}$ → z= $\frac{1-b}{-a}$ ≡ C

quan t → $-\infty$, z= $\frac{e^{+a.\infty}-b}{-a}$ → z= $\frac{\infty-b}{-a}$ → $-\infty$