

Sèrie de Taylor de $f(x) = \ln(\sin x)$

$$F(x) = \ln(\sin x)$$

$$F'(x) = \cos x / \sin x \quad F''(x) = -1 / \sin^2 x \quad F'''(x) = 2 \cdot \cos x / \sin^3 x$$

$$F^{IV}(x) = -2!(1 / \sin^2 x) - 3! \cos^2 x / \sin^4 x$$

$$F^V(x) = (2!.2) \cos x / \sin^3 x + 3!.2 \cdot \cos x / \sin^3 x + 3!.4 \cdot \cos^3 x / \sin^5 x$$

$$F^{VI}(x) = (-2!.2) \cdot 1 / \sin^2 x - 3!.3! \cdot \cos^2 x / \sin^4 x -$$

$$-4!.3 \cdot \cos^2 x / \sin^4 x - 4!.5 \cdot \cos^4 x / \sin^6 x$$

$$F^{VII}(x) = 2!.2.2 \cdot \cos x / \sin^3 x + 3!.2.2 \cdot \cos x / \sin^3 x + 3!.2.2 \cdot \cos x / \sin^3 x +$$

$$+ 3!.2.4 \cdot \cos^3 x / \sin^5 x + 3!.3!.2 \cdot \cos x / \sin^3 x + 3!.3!.4 \cdot \cos^3 x / \sin^5 x +$$

$$+ 4!.3.2 \cdot \cos x / \sin^3 x + 4!.3.4 \cdot \cos^3 x / \sin^5 x + 4!.5.4 \cdot \cos^3 x / \sin^5 x + 5!.6 \cdot \cos^5 x / \sin^7 x$$

et zètera

segons la sèrie Taylor:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a) \cdot x^n}{n!}$$

Mentre que $f'(x) = \cot x$ i $f''(x) = -\operatorname{Cosec}^2 x$ coeficients de la tercera derivada a la setena (exemple), són:

«2!» → tercera derivada

«2! , 3!» → quarta derivada

“2!.2 , 3!.2 , 3!.4” → Cinquena derivada

«2!.2 , 3!.2 , 3!.2 , 3!.3! , 4!.3 , 4!.5» → sisena derivada

«2!.2!.2 , 3!.2!.2 , 3!.2!.2 , 3!.3!.2 , 4!.3! , 4!.2 , 4!.3! , 4!.3!.2 , 5!.4 , 5!.6» → setena derivada

Així doncs, hi ha un punt des de la segona derivada cap endavant, hi ha un creixement geomètric:

1 term $\longrightarrow$ 2 term $\longrightarrow$ 3 term $\longrightarrow$ 5 term $\longrightarrow$
 $\longrightarrow$ 8 terms...

En aspectes factorials:

3a derivada: $n!$

4a derivada: $n!$, $(n+1)!$

5a derivada: $n!.n!$, $n!.(n+1)!$, $(n+2)!$

6a derivada: $n!.n!$, $2[(n+1)!.n!]$, $(n+1)!.(n+1)!$,
 $(n+2)!.(n+1)!$, $(n+3)!$

7a derivada: $n!.n!.n!$, $2[(n+1)!.n!.n!]$, $(n+1)!.(n+1)!.n!$,
 $2[(n+2)!(n+1)!]$, $(n+2)!(n+1)!$, $(n+2)!(n+1)!$
 $(n+3)!$, $(n+4)!$

8a derivada: $n!.n!.n!.n!$, $2[(n+1)!.n!.n!.n!]$,
 $2[(n+1)!.(n+1)!.n!.n!]$, $(n+1)!.(n+1)!.(n+1)!.n!$,
 $2[(n+2)!.(n+1)!.(n+1)!.n!]$, $(n+2)!.(n+1)!.(n+1)!.(n+1)!$
 $(n+2)!.n!.n!.n!$, $(n+2)!.(n+1)!.n!.n!$,
 $(n+3)!(n+2)!(n+1)!$, $(n+3)!(n+4)!(n+3)!$,
 $(n+4)!(n+3)!(n+2)!$, $(n+4)!(n+5)!$

La sisena derivada inclou 3 termes, la setena també 3, mentre que la vuitena ofereix 4 termes, igual que la novena...