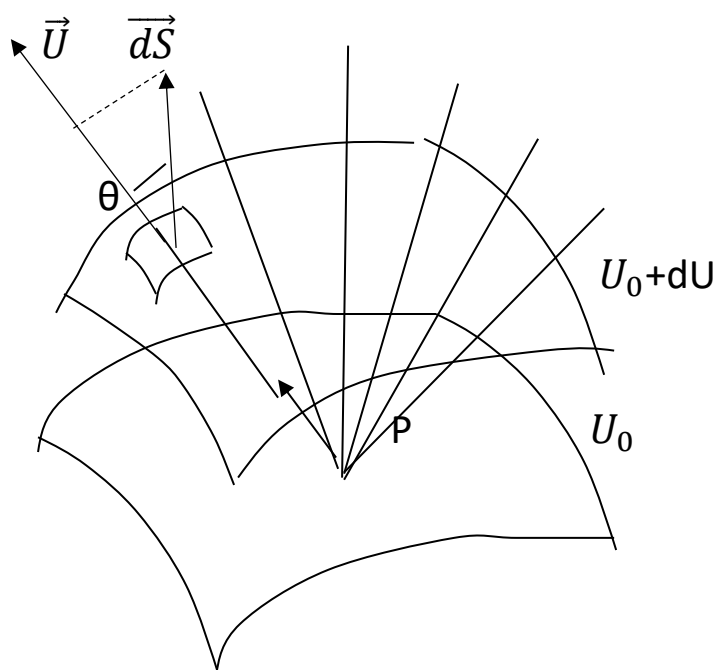


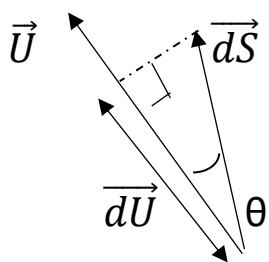
GRADIENT:

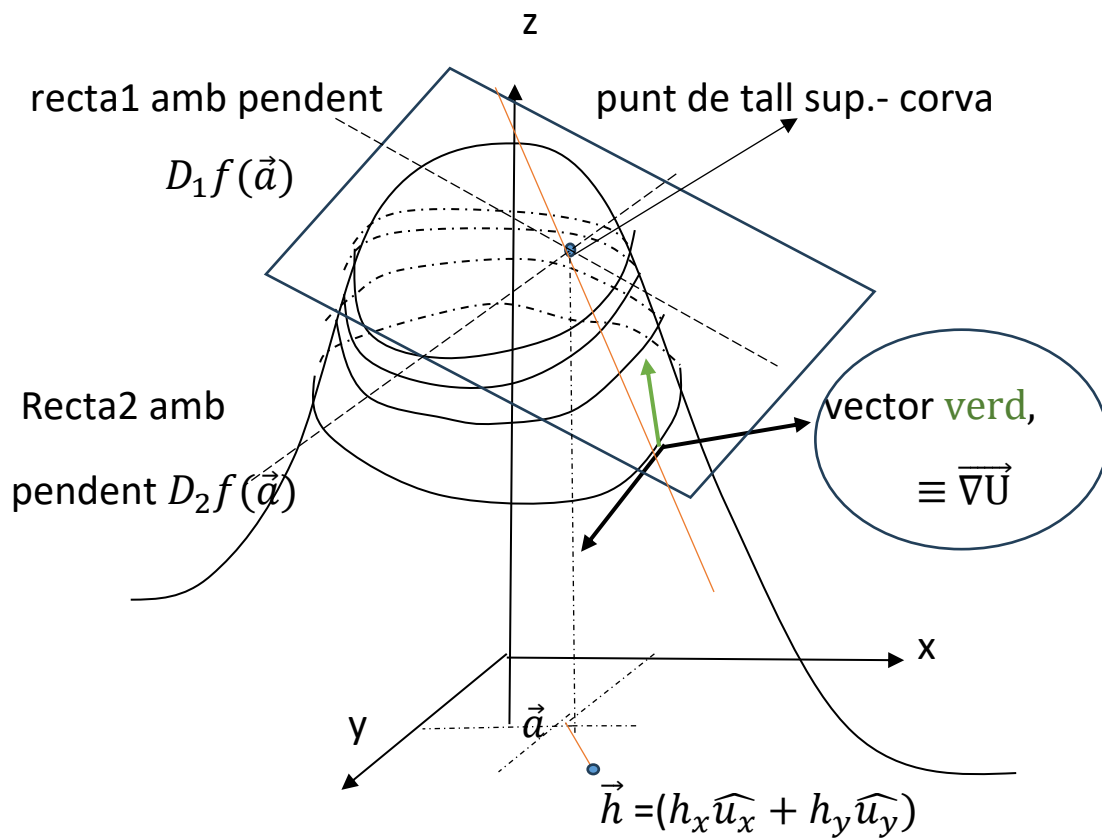


on el vector camp vectorial $\vec{U}_0, \vec{U}_0 + dU \dots$ no sempre coincideix amb el vector superfície ($\vec{dS}$).

$$\cos\theta = \vec{U} / \vec{dS}$$

$$\vec{dU} \cdot \vec{n} = \vec{U} \quad n \geq 1$$



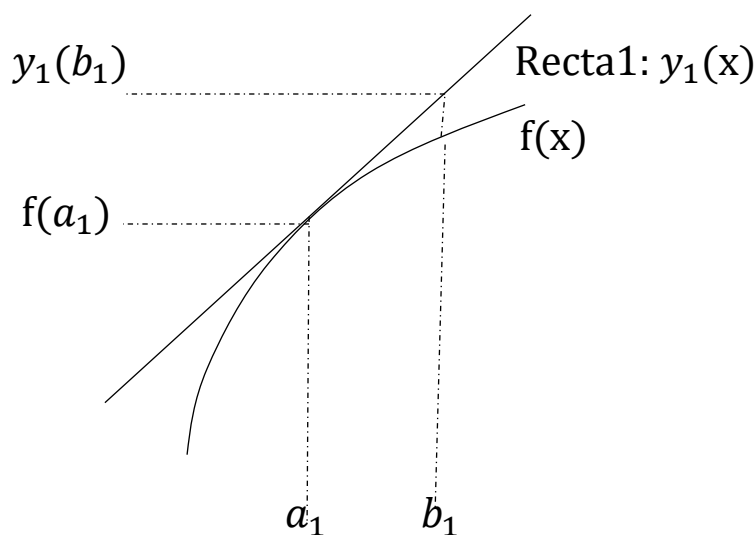


el gradient en 3-D es dirigeix on els cercles equidistants pugen més ràpid. ($\rightarrow$).

Es tracta de sumar les 2 rectes perpendiculars que formen el pla.

$$\vec{h} = h_x \cdot \hat{e}_x + h_y \cdot \hat{e}_y + h_z \cdot \hat{e}_z$$

$\hat{e}_n = \hat{u}_n$ vectors unitaris $\perp$ entre ells.



Vector director de $y_1(x)$: $\vec{v} = (b_1, y_1(b_1)) - (a_1, f(a_1)) = (b_1 - a_1, y_1(b_1) - f(a_1))$

Mentre que l'equació de la Recta1: $(x, y) = r \cdot \vec{v} + (a_1, f(a_1))$

Punt qualsevol que $\in$

a la Recta1

per geometria, $x = r \cdot (b_1 - a_1) + a_1$ i $y = r \cdot (y_1(b_1) - f(a_1)) + f(a_1)$

$$r = \frac{(x - a_1)}{(b_1 - a_1)} = \frac{(y - f(a_1))}{(y_1(b_1) - f(a_1))} \rightarrow$$

$$\rightarrow x \cdot (y_1(b_1) - f(a_1)) - a_1 \cdot (y_1(b_1) - f(a_1)) =$$

$$= y \cdot (b_1 - a_1) - f(a_1) \cdot (b_1 - a_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow x \cdot (y_1(b_1) - f(a_1)) - y \cdot (b_1 - a_1) + c = 0$$

$$\text{On } c = -(a_1 \cdot (y_1(b_1) - f(a_1)) + f(a_1) \cdot (b_1 - a_1))$$

Suposem que $\vec{v}$ = vector director de Recta1

i $\vec{w}$ = vector director de Recta2

Recta1 $\perp$ Recta2 , i si les sumem: $\vec{v} + \vec{w} = \vec{r}$

Així: $\vec{r} \equiv$ vector director de la Recta resultant de color (—).

Òbviament és linealment dependent de Recta1 i Recta2.

L'expressió que tenen les pendents són:

$$D_n f(\widehat{e}_n) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\vec{a} + h_n \widehat{e}_n) - f(\vec{a})}{h_n \cdot \widehat{e}_n}$$

L'equació del pla tangent en $\vec{a}$ al volum descrit per $U(x,y,z)$ que conté la recta1: $z_1 = b \cdot x_1 + p$ i la recta2: $z_2 = c \cdot y_2 + q$

on $b \equiv$ pendent de la recta1 $= D_1 f(\widehat{e}_1)$

i $c \equiv$ pendent de la recta2 $= D_2 f(\widehat{e}_2)$

si ara substituïm per exemple $z_1 = 2$ a la recta1, obtindrem

$$2 = D_1 f(\widehat{e}_1) \cdot x_1 + p \quad x_1 = \frac{2 - p}{D_1 f(\widehat{e}_1)}$$

i si substituïm $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ a la recta1 podrem aïllar p :

$$p = a_3 - a_1 \cdot D_1 f(\widehat{e}_1)$$

I llavors insertar-lo $2 = D_1 f(\widehat{e}_1) \cdot x_1 + (a_3 - a_1 \cdot D_1 f(\widehat{e}_1))$.

Seguidament buscarem el vector director de la recta1, amb els vectors: $(x_1, 0, z_1)$ i $\vec{a}$:

$$\vec{v} = (x_1, 0, z_1) - \vec{a} = (x_1 - a_1, -a_2, z_1 - a_3)$$

I consegüentment trobar la equació vectorial de la recta1:

$$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + r \cdot (x_1 - a_1, -a_2, z_1 - a_3)$$

Igualment amb la recta2: donem el valor a z_2 , per exemple 0:

$$0 = y_2 \cdot D_2 f(\widehat{e}_2) + q$$

Trobem de la mateixa forma $q = a_3 - a_2 \cdot D_2 f(\widehat{e}_2)$

el vector director de tal recta2:

$$\vec{w} = (0, y_2, 0) - \vec{a} = (-a_1, y_2 - a_2, -a_3)$$

i llavors la seva equació vectorial:

$$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + r \cdot (-a_1, y_2 - a_2, z_2 - a_3)$$

I finalment farem ús del determinant per trobar el vector $\overrightarrow{\nabla U}$:

Altrament, podrem dilucidar el vector $\perp$ o $\overrightarrow{\nabla U}$.

$$\overrightarrow{\nabla U} = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \widehat{e}_x, \frac{\partial U}{\partial y} \widehat{e}_y, \frac{\partial U}{\partial z} \widehat{e}_z \right)$$

D'altra banda, cada $D_n f(\widehat{u}_n)$ representa la pendent; "n" es refereix a x,y,z.

Atenció que si tenim un dels vectors que és linealment dependent amb un altre, automàticament tal determinant = 0.

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 - a_1 & -a_2 & z_1 - a_3 \\ -a_1 & y_2 - a_2 & z_2 - a_3 \end{vmatrix} = \text{el resultat és el vector } \overrightarrow{\nabla U},$$

altrament expressat com a suma de components:

