

Càlcul dels volums de n=3 fins a n=m:

$$V_3 \quad n=3 \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$$

$$V_4 \quad n=4 \quad x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \leq R^2$$

...

$$n4 \geq: \int_0^R (\sqrt{R^2 - t^2})^n dt \xrightarrow{\quad} \frac{R^n}{2} \cdot \int_0^1 s^{1/2} \cdot (1-s)^{n/2} ds =$$

canvi de variable $t=R \cdot \sqrt{s}$

$$= \int_0^1 t^a (1-t)^b dt = \frac{\Gamma(1+a) \cdot \Gamma(1+b)}{\Gamma(2+a+b)}$$

D'altra banda, per trobar $V_n = \frac{(\sqrt{\pi})^n \cdot \left(\frac{1}{n}\right) (R)^n}{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$ (obtingut a partir de

d'un mètode en el que ara no entraré però que és molt bonic)

cal saber què:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-r^2} r^{n-1} dr \xrightarrow{\quad} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v} v^{(1/2)(n-1)} \left(\frac{1}{2}\right) \cdot v^{-1/2} dv \rightarrow$$

canvi de variable $v=r^2$, $r=v^{1/2}$, $dr=(1/2) \cdot v^{-1/2} dv$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v} v^{\left(\frac{1}{2}\right)(n-1)-(1/2)} dv = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v} v^{\left(\frac{1}{2}\right)n-1} dv \rightarrow$$

→o segueix que: $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \Gamma(n/2)$