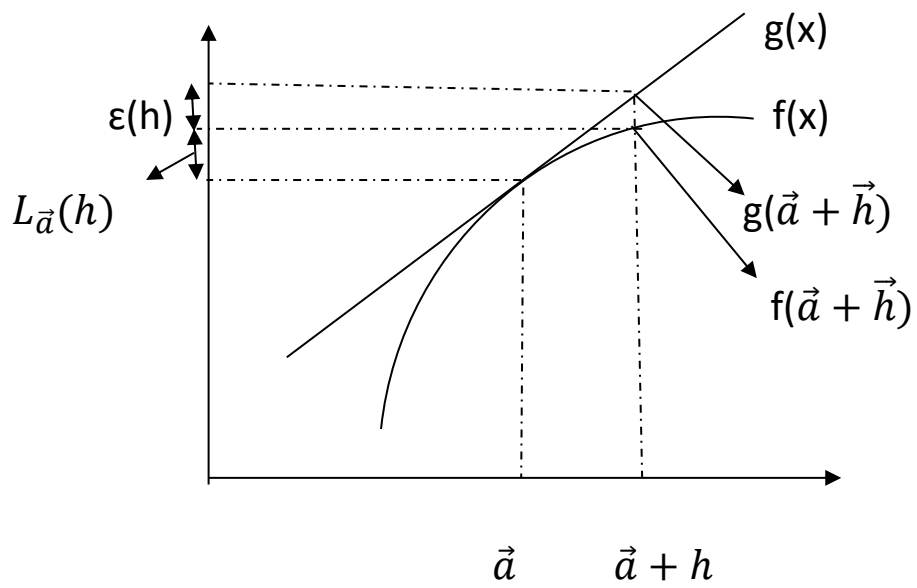
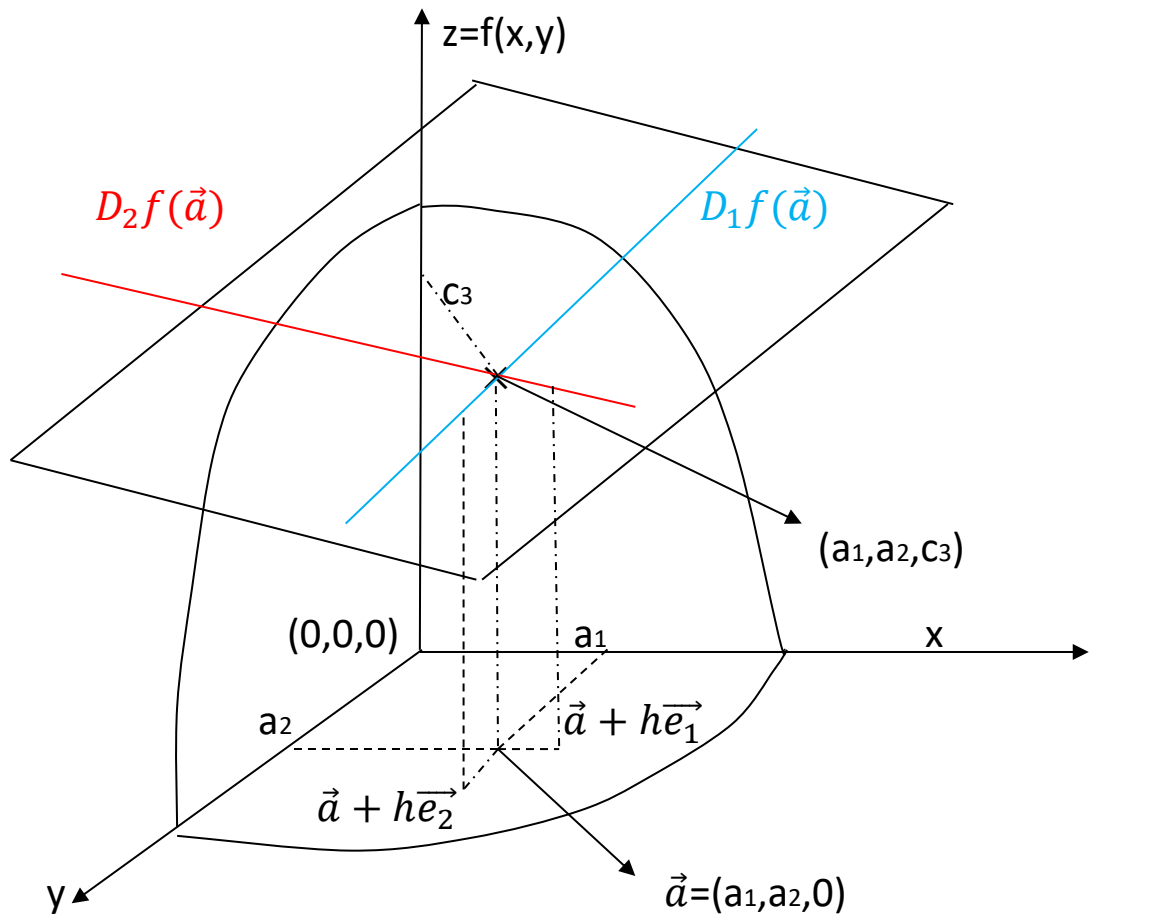


CAPÍTOL 35

DERIVADES EN 3-DIMENSIONS.

DERIVADES EN 3-D.



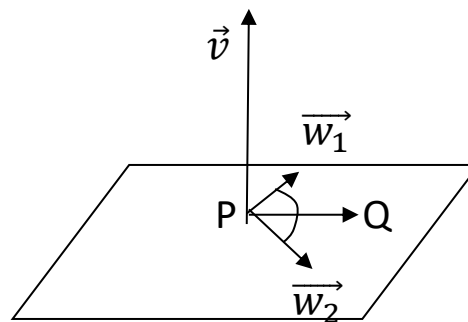
per tant: $L_{\vec{a}}(h) = f(\vec{a} + \vec{h}) - f(\vec{a})$ i

$$\varepsilon(h) = f(\vec{a} + \vec{h}) - g(\vec{a} + \vec{h})$$

$D_1 f(\vec{a})$ i $D_2 f(\vec{a})$ són les pendents de les seves corresponents rectes.

Fem un petit incís en matemàtiques dels vectors:

Suposem el pla $g(x)$ definit pels vectors $\vec{w}_1$ i $\vec{w}_2$.

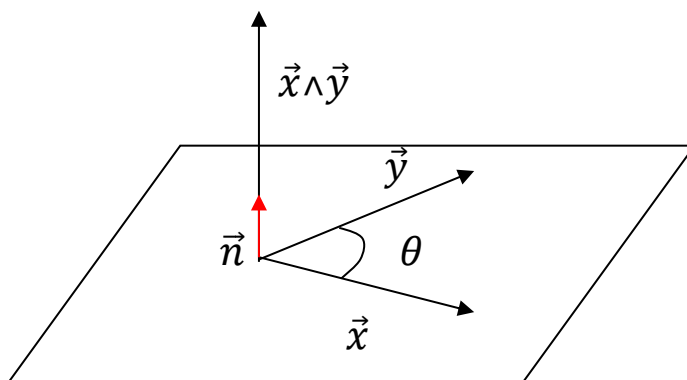


$$\{PQ\} = a + r \cdot \vec{w}_1 + s \cdot \vec{w}_2 \text{ on } \vec{v} = \vec{w}_1 \wedge \vec{w}_2.$$

$$\text{Si } \vec{v} = (a, b, c) \quad \vec{v} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2 + c \cdot \vec{e}_3$$

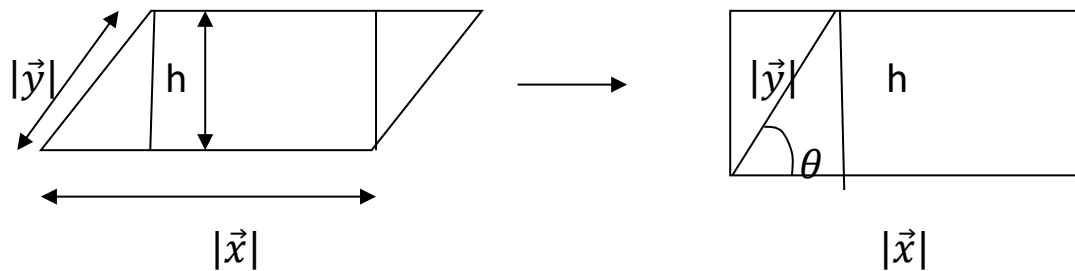
Sabem que tot vector $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{w}$ compleix que el seu producte $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$.

$\vec{dS}$ es defineix com la $\perp$ formada pels 2 vectors $\vec{x}$ i $\vec{y}$:



$\vec{n}$ vector unitari

$\vec{x} \wedge \vec{y} = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \sin \theta \cdot \vec{n}$ representa l'àrea del paral·lelogram de costats escalars $|\vec{x}|$ i $|\vec{y}|$.



$$\text{Àrea} = |\vec{x}| \cdot h = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \sin \theta$$

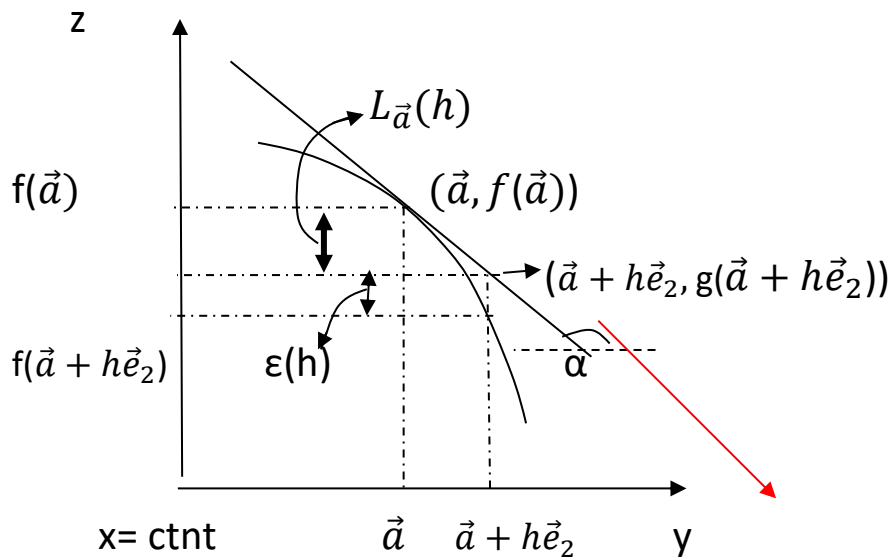
que es calcula fent el determinant:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3) \quad \vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$$

$$\vec{x} = x_1 \cdot \vec{i} + x_2 \cdot \vec{j} + x_3 \cdot \vec{k} \quad \vec{y} = y_1 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} + y_3 \cdot \vec{k}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = a \vec{i} + b \vec{j} + c \vec{k} \quad \text{on} \quad (a, b, c) \text{ és } \vec{x} \wedge \vec{y}.$$

$$x_2 y_3 \vec{i} + x_3 y_1 \vec{j} + x_1 y_2 \vec{k} - x_2 y_1 \vec{k} - x_3 y_2 \vec{i} - x_1 y_3 \vec{j}$$



aleshores la recta y-z se representa així:

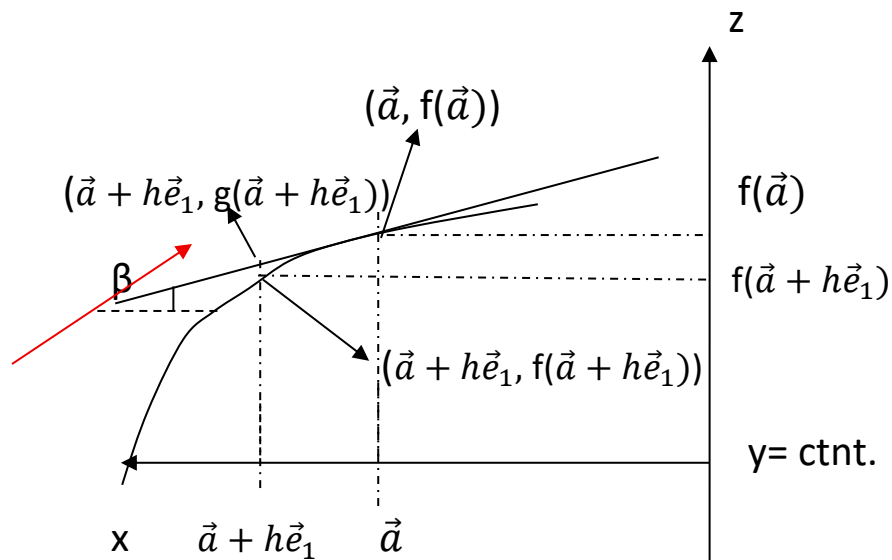
$$z = D_2 f(\vec{a}) \cdot y + c$$

el seu vector director serà:

$$(v_1, v_2) = (\vec{a} + h\vec{e}_2 - \vec{a}, g(\vec{a} + h\vec{e}_2) - f(\vec{a}))$$

$D_2 f(\vec{a}) = \tan \alpha < 0$ si prenem la direcció de la fletxa en vermell.

Seguint al teoria dels vectors directors: $y \cdot v_2 - z \cdot v_1 + n = 0$



Recta x-z: $z = D_1 f(\vec{a}) \cdot x + m$

on $D_1 f(\vec{a}) = \text{tg} \beta > 0$ ja que la fletxa vermella puja.

$(u_1, u_2) = [(\vec{a} + h \cdot \vec{e}_1) - \vec{a}, g(\vec{a} + h \cdot \vec{e}_1) - f(\vec{a})]$ és el vector director.

I la recta serà: $x \cdot u_2 - z \cdot u_1 + d = 0$

$\tan \alpha$ i $\tan \beta$ valen zero quan $D_1 f(\vec{a})$ i $D_2 f(\vec{a})$ són =0.

$$D_1 f(\vec{a}) = \frac{f(\vec{a} + h\vec{e}_1) - f(\vec{a})}{h\vec{e}_1}$$

$$D_2 f(\vec{a}) = \frac{f(\vec{a} + h\vec{e}_2) - f(\vec{a})}{h\vec{e}_2}$$

Acàs $\alpha = \beta$?

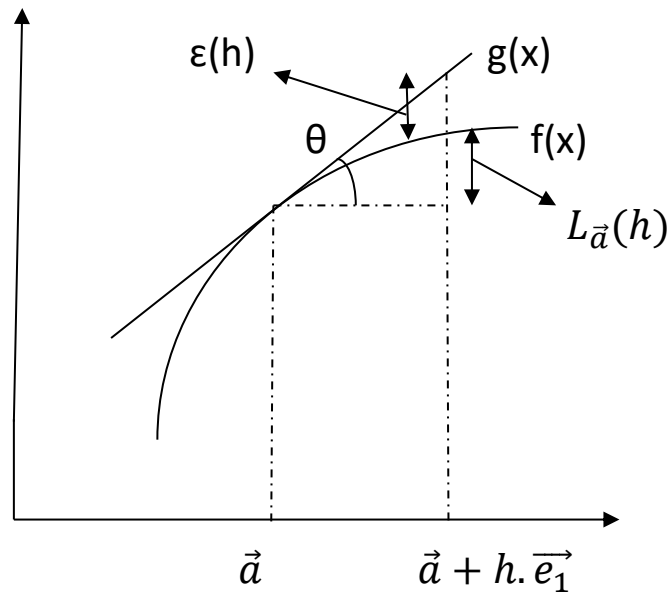
Ara aïllaré el vector $\vec{Z} = (c_1, c_2, c_3)$ a partir del següent determinant:

Acàs

$$\begin{array}{c} \text{Z} \\ \text{Y} \\ \text{X} \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \longrightarrow \\ \nearrow \end{array} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & h\vec{e}_2 & f(\vec{a} + h\vec{e}_2) - f(\vec{a}) \\ h\vec{e}_1 & 0 & f(\vec{a} + h\vec{e}_1) - f(\vec{a}) \end{vmatrix} =$$

$$= [(h\vec{e}_2) \cdot (f(\vec{a}) - f(\vec{a} + h\vec{e}_1))] \vec{i} + [(f(\vec{a} + h\vec{e}_2) - f(\vec{a})) \cdot (h\vec{e}_1)] \vec{j} - [(h\vec{e}_1) \cdot (h\vec{e}_2)] \vec{k}.$$

I veient que $D_1 f(\vec{a})$ $D_2 f(\vec{a})$ i $d\vec{S}$ són perpendiculars entre ells, obrim nous horitzons.



Sabem que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\epsilon(h)}{h} = 0$