

$$Y = \frac{e^{-\alpha x}}{(1 - e^{-\alpha x})}$$

Derivem:

$$y = y$$

$$y' = (-\alpha) \cdot (y + y^2)$$

$$y'' = (-\alpha)^2 \cdot (y + 3y^2 + 2y^3)$$

$$y''' = (-\alpha)^3 \cdot (y + 7y^2 + 12y^3 + 6y^4)$$

$$y^{IV} = (-\alpha)^4 \cdot (y + y^2 + 14y^2 + 14y^3 + 36y^3 + 36y^4 + 24y^4 + 24y^5)$$

$$y^V = (-\alpha)^5 \cdot (y + 31y^2 + 180y^3 + 390y^4 + 380y^5 + 140y^6)$$

$$y^{VI} = (-\alpha)^6 \cdot (y + 63y^2 + 602y^3 + 2100y^4 + 3460y^5 + 2740y^6 + 840y^7)$$

...

On suposem que n = derivada n -èsima

Quan la sèrie de Taylor és $y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n \cdot f^n(0)}{n!}$, necessitem trobar una expressió per als coeficients:

1 i 1 en y'

1, 3, 2 en y''

1, 7, 12, 6 en y'''

1, 15, 50, 60, 24 ... en y^{IV}

...

Aleshores inventem per assaig i error:

y^1 y^2 y^3 y^4 $y^5 \rightarrow$ són exponents, no derivades

n= 1: -1 -1 enèsimes

n= 2: +1 +3 +2

n= 3: -1 -7 -12 -6

n= 4: +1 +15 +50 +60 +24

n=5: -1 -31 -180 -390...

n=6: +1 +63 +602 +2100...

→ són derivades n-èsimes

que la sèrie que complex y^2 és: $a_n = (2 \cdot |a_{n-1}| + 1) \cdot (-1)^n$

mentre que la que compleix y^3 és:

on a_1 a_2 a_3 a_4 $a_5 \dots$

+2 -12 +50 -180 +602 ...

I la relació " r " : $r = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} (-1)^n$ ja que a partir de a_1 a a_2 , $r = -6$

de a_2 a a_3 , $r=25/6= +4'1$

des de a_3 a a_4 , $r=90/25= -3'5$

de a_4 a a_5 , $r=301/90=+3'09$ etc ...

sabent del càlcul matemàtic que $a_{n+1} = a_n \cdot r^m$:

i la sèrie és:

$$S_{y^3} = \dots - 2.6 + \left(\frac{25}{6}\right) \cdot 12 - \left(\frac{90}{25}\right) 0,50 + (301/90) \cdot 180 + \dots$$

$$o S_{y^3} = \cdots - a_1.6 + \binom{25}{6}.a_2 - \binom{90}{25}.a_3 + (301/90).a_4 + \dots$$

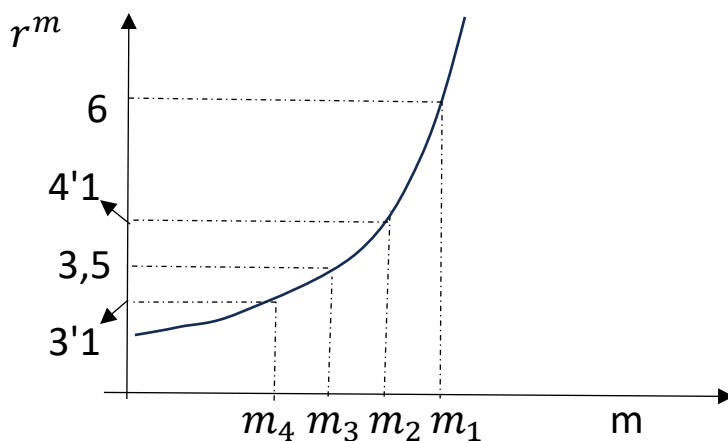
Aleshores: $a_{n+1}=12= a_n \cdot r^{m_1}= 2 \cdot (-6^1)$

$$a_{n+2}=50= a_{n+1} \cdot r^{m_2}= 12 \cdot (+6^{m_2})$$

$$a_{n+3}=180= a_{n+2} \cdot r^{m_3}= 50 \cdot (-6^{m_3})$$

$$a_{n+4}=602= a_{n+3} \cdot r^{m_4}=50 \cdot (+6^{m_4})$$

etc ...



D'on podem extreure que: $6= r^{m_1}$ podem suposar que $m_1=1$ i $ir=6$

$$r^{m_2}= 6^{m_2}=4'1 \rightarrow \ln(4'1)= m_2 \cdot \ln 6 \rightarrow m_2 = \frac{\ln(4'1)}{\ln 6}$$

$$m_3 = \frac{\ln(3'5)}{\ln 6} \text{ i } m_4 = \frac{\ln(3'09)}{\ln 6}$$

I ja estan aïllades totes les variables de y^3 . Si comprovem: $a_2= a_1 \cdot r^{m_1}=2, (-6^{m_1})=12,$

$$a_3= a_2 \cdot r^{m_2}=12 \cdot (+6^{\frac{\ln(4'1)}{\ln 6}}) = \sim 50$$

i així successivament...

mentre que: $y^4 - 6 + 60 - 390 + 2100 \dots$

$$n=4 \ a_n = (5 \cdot a_{n-1}) + 30 \rightarrow [(5 \cdot 6) + (30 \cdot 1)](-1)^4$$

$$n=5 \ a_n = (5 \cdot a_{n-1}) + 90 \rightarrow [(5 \cdot 60) + (30 \cdot 3)](-1)^5$$

$$n=6 \ a_n = (5 \cdot a_{n-1}) + 150 \rightarrow (5 \cdot 390) + (30 \cdot 5)(-1)^6$$

i si ampliem per lògica:

$$n=7 \ a_n = (5 \cdot a_{n-1}) + 210 \rightarrow [(5 \cdot 2100) + (30 \cdot 7)](-1)^7(?)$$

etc ...

aleshores hem d'inserir un valor que anomenarem "b":

$$b \in \text{Nombres naturals imparells. } a_n \rightarrow [(5 \cdot a_{n-1}) + (30 \cdot (2b+1))] \cdot (-1)^n$$

tornant al principi, començant per la sèrie de Taylor:

$$\frac{x^0 y(x)^0}{0!} + \frac{x^1(-\alpha) \cdot (y+y^2)}{1!} + \frac{x^2(-\alpha)^2(y+3y^2+2y^3)}{2!} + \frac{x^3(-\alpha)^3(y+7y^2+12y^3+6y^4)}{3!} + \frac{x^4(-\alpha)^4(y+15y^2+50y^3+60y^4+24y^5)}{4!} + \dots$$

On traiem un factor comú de y^2 :

$$[x(-\alpha) \cdot a_1 + \frac{x^2(-\alpha)^2}{2!} a_2 + \frac{x^3(-\alpha)^3}{3!} a_3 + \frac{x^4(-\alpha)^4}{4!} a_4 + \dots]$$

Si fem el mateix amb y^3 obtindrem

$$[\frac{x^2(-\alpha)^2}{2!} a_2 + \frac{x^3(-\alpha)^3}{3!} a_3 + \frac{x^4(-\alpha)^4}{4!} a_4 + \frac{x^5(-\alpha)^5}{5!} a_5 + \dots]$$

Conèixer les expressions de $a_2 \rightarrow a_5$ prèviament difós

(sèrie geomètrica).