Atenció a Navier-Stokes:

Tenim altres interpretacions de la densitat de probabilitat (ρ):

Sabem que densitat= massa/volum. velocitat

D'altra banda l'equació diferencial: $\frac{d\rho}{dt}$= -∇Δ(ρ.v)

El signe negatiu rau en què: i.ħ. $\frac{\partial\psi}{\partial t}$= $\hat{H}\psi \rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial t}$= -$\frac{i}{\hbar}$. $\hat{H}.\psi$

O sigui que és: -("sortida - entrada")= ("entrada- sortida")

A) I ara multipliquem ambdós costats de la igualtat per la velocitat:

-Δ(ρ.v).v= $[\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2]$.v

$\frac{d(\rho.v)}{dt}$=$-\nabla(\Delta(\rho.v).v)$=v. $\nabla(\rho_1 v_1)$+ $(\rho_1 v_1)$. ∇v- v. $\nabla(\rho_2 v_2)$ -

$-(\rho_2 v_2).\nabla v$ = $\frac{(d\rho).v}{dt}$+ $\frac{(dv)\rho}{dt}$

Si la densitat de probabilitat de trobar la partícula ρ és constant, $\rho_1 = \rho_2$ i només varia la velocitat, per tant

$\frac{v.(d\rho)}{dt}$= $[(v_1.\nabla(\rho_1)).v+(\rho_1.\nabla(v_1)).v] - [(v_2.\nabla(\rho_2)).v$-

$-((\rho_2.\nabla(v_2)).v]$ o sigui que tan sols queda:

$\frac{v.(d\rho)}{dt}$=$(v_1.\nabla(\rho_1)).v - \left(v_2.\nabla(\rho_2)\right).v$

i $\frac{\rho.(dv)}{dt}$= $+((\rho_1.(\nabla v_1)).v - ((\rho_2.\nabla(v_2)).v$

i aquest últim terme sí és ≠0: $\rho.[\frac{d}{dt} + (\nabla(v_2) - \nabla(v_1))].v$

B) On, per llògica de Schrödinger, la equació respecte al temps i a la posició s'igualen per la simple raó que l'energia del sistema és la mateixa: $i.\hbar\frac{\partial}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

És el moment d'explicar la *igualtat Hermítica*:

Un operador és Hermític quan: $\int \psi^* \left(\hat{A}\psi\right)dx = \int \psi\,(\hat{A}\psi)^* dx$, és la condició d'Hermiticitat.

La propietat física de l'Energia en l'equació d' Schrödinger és:

$\langle A\rangle = \langle A\rangle^*$ (l'eigenvalue i la seva conjugada són reals i iguals.)

$\langle A\rangle = \int \psi *.(\hat{A}\,.\psi).dx$=promig; mitja dels valors obtinguts.

$\hat{A}$ és operador hermític sii: $\hat{A}^{*T} = \hat{A}^{\dagger}$

A pot ser matriu Jacobiana o operador (per exemple: α.$\frac{d}{dx}$) ①

A*≡ conjugada de A: si A=a+bi, A*= a-bi

$A^T \equiv trasposada$ si: A=(a b c) , $A^T = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

†≡ adjunta si: $\hat{A}^{*T} = \hat{A}^{\dagger}$

Demostració de la igualtat Hermítica on l'operador $\hat{A}$ és la derivada ①:

$\langle \hat{A}\psi_1|\psi_2\rangle$= α*.$\int_a^b dx.\frac{d\psi_1{}^*}{dx}\psi_2 \rightarrow$

$\int (f.g)' = \int (f)(g)' + \int (g).(f)'$

$\rightarrow$ α*.$\psi_1.\psi_2|_a^b$ - α*.$\int_a^b dx.\frac{d\psi_2}{dx}.\psi_1 *$ = $\langle \psi_1|\hat{A}^{\dagger}\psi_2\rangle$

Ja que "1" ≠"2".

i: $(\alpha\frac{d}{dx})^{\dagger} = -\,\alpha^*\frac{d}{dx}$

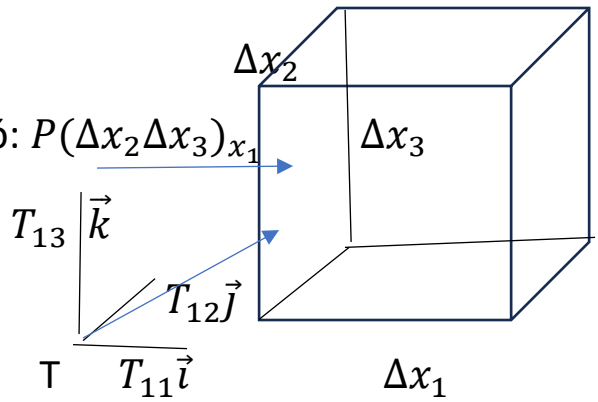
Compte que la equació de Navier -Stokes sencera és:

$\frac{d(\rho.v)}{dt}$ = - ∇[Δ(ρ.v).v]- ∇P − ∇T+ ρ.F

$\rho[\frac{\partial}{\partial t} + (\nabla(v_2) - (\nabla v_1))]$.v= - ∇P − ∇T+ ρ.F

ara representarem el sistema 3-D:

Pressió: $P(\Delta x_2 \Delta x_3)_{x_1}$



Tensió ex: $T_1(\Delta x_2 \Delta x_3)_{x_1}$

Mentre que la Pressió és perpendicular, la Tensió és oblicua.

Per tant:

$\rho[\frac{\partial}{\partial t} + \nabla^2 V]$.v= -$(\frac{d}{dx_1}\vec{i}, \frac{d}{dx_2}\vec{j}, \frac{d}{dx_3}\vec{k})$.P −

-$(\frac{d}{dx_1}\vec{i}, \frac{d}{dx_2}\vec{j}, \frac{d}{dx_3}\vec{k})$.$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$ + +ρF