**Y=**$\frac{e^{-\alpha x}}{(1-e^{-\alpha x})}$

Derivem:

y = y

y'= (- α ).( y+$y^2$)

i''=$(-\alpha)^2.(y+3y^2+2y^3)$

i'''=$(-\alpha^3).(y+7.y^2+12.y^3+6.y^4)$

$y^{IV}=(-\alpha)^4.(+y+y^2+14.y^2+14.y^3+36.y^3+36.y^4+$
$+24.y^4+24.y^5)$

$y^V=(-\alpha)^5$.(y + 31. $y^2+180y^3$+390 $y^4$+380 $y^5$+140 $y^6$)

$y^{VI}=(-\alpha)^6$.( i +63 $y^2$+602 $y^3$+2100 $y^4$+3460 $y^5$+2740 $y^6$+840 $y^7$)

…

On suposem que n = derivada n-èsima

Quan la sèrie de Taylor és y= $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n.f^n(0)}{n!}$, necessitem trobar una expressió per als coeficients:

1 i 1 en y'

1, 3, 2 en y''

1, 7, 12, 6 en y’’’

1, 15, 50, 60, 24 ... en $y^{IV}$

…

Aleshores inventem per assaig i error:

$y^1$ $y^2$ $y^3$ $y^4$ $y^5$ → són exponents, no derivades

n= 1: -1 -1 enèsimes

n= 2: +1 +3 +2

n= 3: -1 -7 -12 -6

n= 4: +1 +15 +50 +60 +24

n=5: -1 -31 -180 -390…

n=6: +1 +63 +602 +2100…

→ són derivades n-èsimes

que la sèrie que compleix $y^2$és: $a_n = (2.|a_{n-1}| + 1).(-1)^n$

mentre que la que compleix $y^3$és:

on $a_1$ $a_2$ $a_3$ $a_4$ $a_5$… Y=$\sum_{n=0}^{N} a_n.x^n$

+2 -12 +50 -180 +602 …

I la relació " r" : r= $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}(-1)^n$ja que a partir de $a_1$a $a_2$ , r=-6

de $a_2$a $a_3$ , r=25/6= +4'1

des de $a_3$a $a_4$ , r=90/25= -3'5

de $a_4$a $a_5$ , r=301/90=+3'09 etc ...

sabent del càlcul matemàtic que $a_{n+1} = a_n.r^m$:

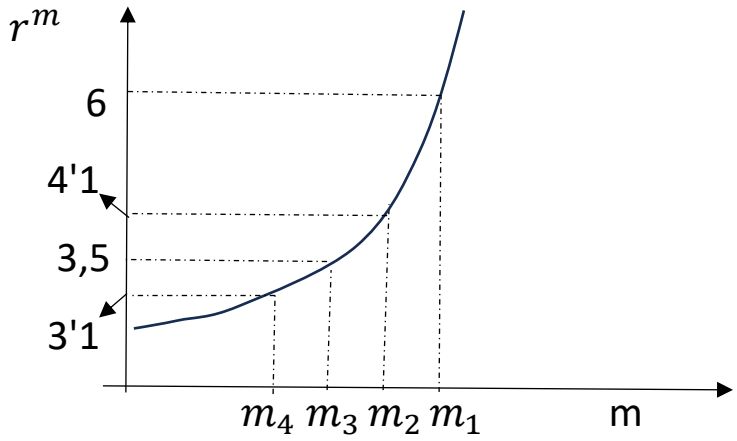
Aleshores: $a_{n+1}$=12= $a_n.r^{m_1}$= 2.( - $6^1$)

$a_{n+2}$=50= $a_{n+1}.r^{m_2}$= 12.( + $6^{m_2}$)

$a_{n+3}$=180= $a_{n+2}.r^{m_3}$= 50.( - $6^{m_3}$)

$a_{n+4}$=602= $a_{n+3}.r^{m_4}$=180. ($+6^{m_4}$)

etc ...




D'on podem extreure que: 6= $r^{m_1}$ podem suposar que $m_1$=1 i ir=6

$r^{m_2}$= $6^{m_2}$=4'1 →Ln( 4' 1)= $m_2$.Ln6→ $m_2$=$\frac{Ln(4'1)}{Ln6}$

$m_3$= $\frac{Ln(3'5)}{Ln6}$i $m_4$=$\frac{Ln(3'09)}{Ln6}$

I ja estan aïllades totes les variables de $y^3$. Si comprovem: $a_2$= $a_1.r^{m_1}$=2, ($-6^{m_1}$)=12,

$a_3$= $a_2.r^{m_2}$=12. ($+6^{\frac{Ln(4'1)}{Ln6}}$)= ∼50

i així successivament…

mentre que: $y^4$-6 +60 -390 +2100 …

n=4 $a_n$= (5. $a_{n-1}$) + 30 →[(5.6 ) + (30.1)]$(-1)^4$

n=5 $a_n$= (5. $a_{n-1}$) + 90 →[(.,60 ) + (30.3)]$(-1)^5$

n=6 $a_n$= (5 . $a_{n-1}$) +150 →(5.390) + (30.5)$(-1)^6$

i si ampliem per lògica:

n=7 $a_n$= (5. . $a_{n-1}$) +210 →[(5.2100 ) + (30.7)] $(-1)^7$(?)

etc ...

aleshores hem d'inserir un valor que anomenarem "b":

b ∈Nombres naturals imparells. $a_n$ →[(5. $a_{n-1}$)+(30.( 2b+1)].$(-1)^4$

tornant al principi, començant per la sèrie de Taylor:

$$\frac{x^0 y(x)^0}{o!}+\frac{x^1(-\alpha).(y+y^2)}{1!}+\frac{x^2(-\alpha)^2(y+3y^2+2y^3)}{2!}+$$
$$\frac{x^3(-\alpha)^3(y+7y^2+12y^3+6y^4)}{3!}+\frac{x^4(-\alpha)^4(y+15y^2+50y^3+60y^4+24y^5)}{4!}+\cdots$$

On traiem un factor comú de $y^2$:

$$[x\,(-\alpha).c_1+\frac{x^2(-\alpha)^2}{2!}c_2+\frac{x^3(-\alpha)^3}{3!}c_3+\frac{x^4(-\alpha)^4}{4!}c_4+\cdots]$$

Si fem el mateix amb $y^3$obtindrem

$$[\frac{x^2(-\alpha)^2}{2!}d_2+\frac{x^3(-\alpha)^3}{3!}d_3+\frac{x^4(-\alpha)^4}{4!}d_4+\frac{x^5(-\alpha)^5}{5!}d_5+\cdots]$$